

**Michael Woods
& Mary B. Woods**

Trần Nghiêđ dịch



CÔNG NGHỆ TÍNH TOÁN

thời Cổ đại





Công nghệ tính toán thời cổ đại

Michael Woods & Mary B. Woods

Trần Nghiêm dịch

Phát hành tại <http://thuvienvatly.com>

tháng 7/2011



MỤC LỤC

1	GIỚI THIỆU
7	CHƯƠNG 1 CƠ SỞ TÍNH TOÁN
12	CHƯƠNG 2 TRUNG ĐÔNG CỔ ĐẠI
20	CHƯƠNG 3 AI CẬP CỔ ĐẠI
32	CHƯƠNG 4 ẤN ĐỘ CỔ ĐẠI
38	CHƯƠNG 5 TRUNG HOA CỔ ĐẠI
46	CHƯƠNG 6 CHÂU MỸ CỔ ĐẠI
54	CHƯƠNG 7 HI LẠP CỔ ĐẠI
69	CHƯƠNG 8 LA MÃ CỔ ĐẠI
75	CHƯƠNG CUỐI SAU THỜI CỔ ĐẠI
84	Niên đại
87	Thuật ngữ
88	Tài liệu tham khảo
88	Website tham khảo

NHỮNG THẾ GIỚI TÍNH TOÁN CỔ ĐẠI



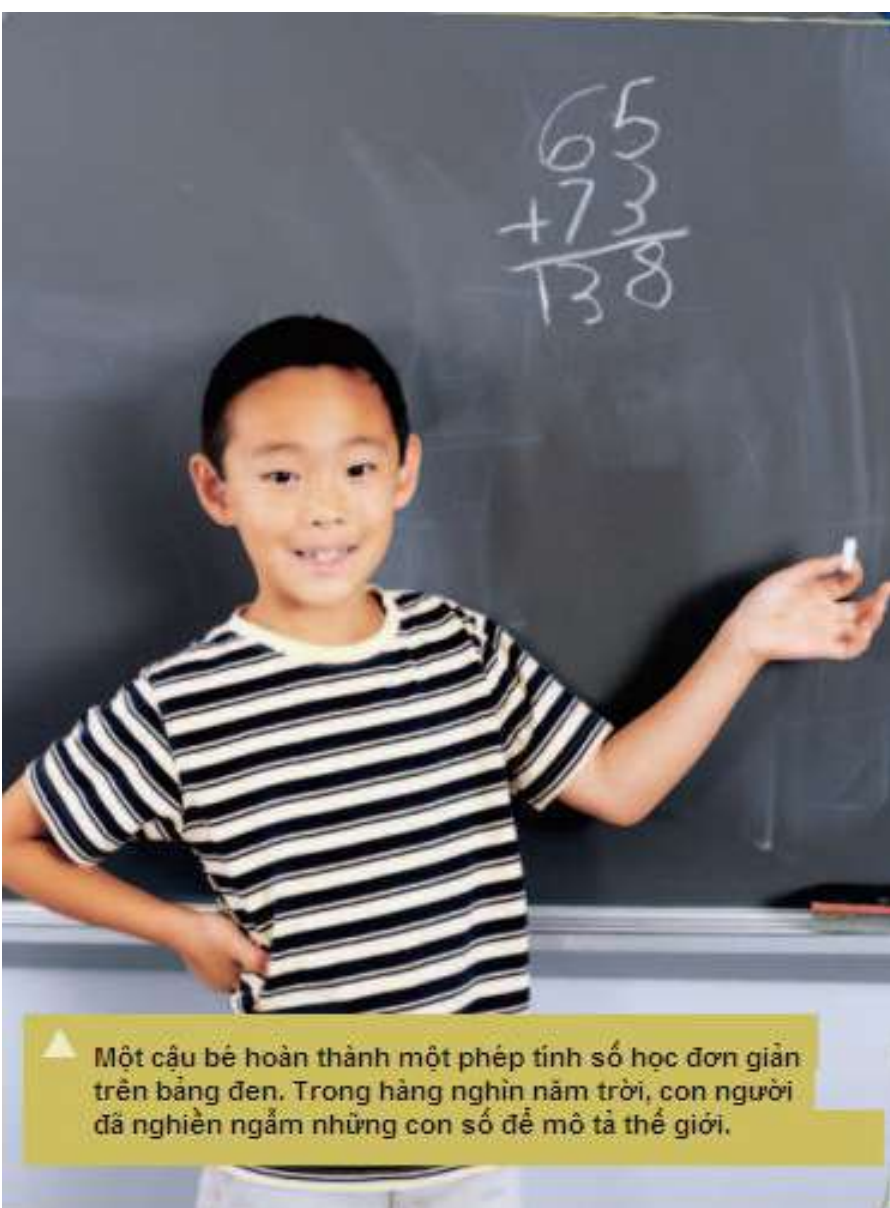
GIỚI THIỆU

Trong đầu bạn sẽ nghĩ tới điều gì khi bạn nghe nói đến từ *công nghệ*? Có lẽ bạn sẽ nghĩ tới những bộ phận máy móc tiên tiến. Có thể bạn nghĩ tới máy vi tính, máy chơi nhạc MP3, và những công cụ khoa học tân tiến nhất. Nhưng công nghệ không có nghĩa đơn thuần là những cỗ máy hay khám phá mới. Công nghệ vốn cũ kĩ như nền văn minh nhân loại vậy.



Công nghệ là sử dụng kiến thức, các phát minh, và các khám phá để làm cho cuộc sống tốt đẹp hơn. Từ công nghệ (technology) có xuất xứ từ hai từ Hi Lạp. Một là *techne*, nghĩa là “nghệ thuật” hay “nghề thủ công”. Từ kia là *logos*, nghĩa là “từ” hay “lời nói”. Người Hi Lạp cổ sử dụng từ *technology* để nói về các nghệ thuật và nghề thủ công. Trong thời hiện đại, từ *công nghệ* ám chỉ một nghệ thuật, một kỹ thuật, hoặc bản thân một công cụ.

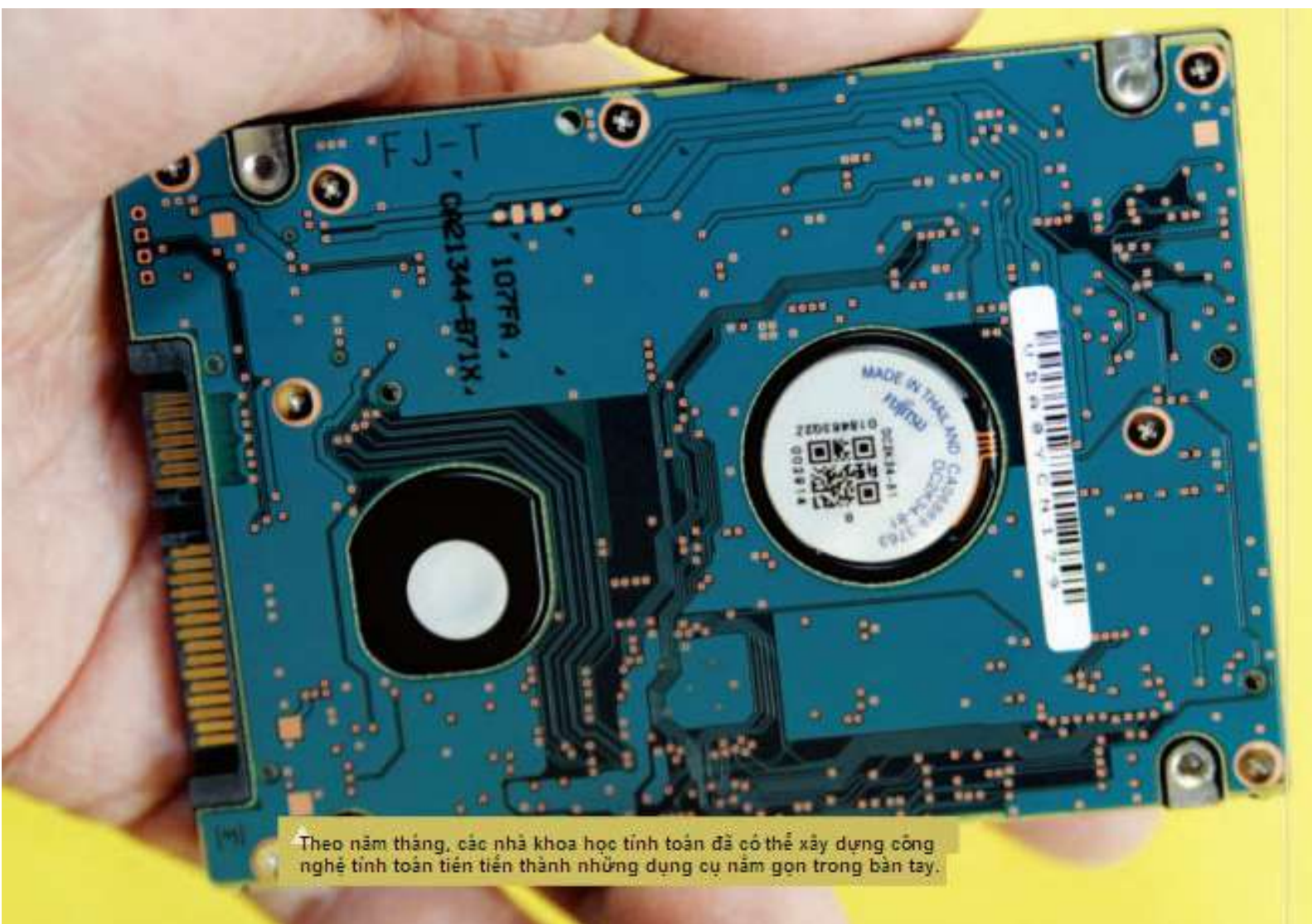
Người ta sử dụng nhiều loại công nghệ. Y học là một loại công nghệ. Xây dựng và nông nghiệp cũng là những loại công nghệ. Những công nghệ này, và những công nghệ khác, làm cho cuộc sống thuận lợi hơn, an toàn hơn, và hạnh phúc hơn. Quyển sách này nói về một dạng công nghệ được sử dụng trong hầu hết mọi lĩnh vực của cuộc sống hàng ngày và mọi ngành khoa học. Công nghệ đó là tính toán.



TÍNH TOÁN LÀ GÌ?

Khi mọi người nghe đến từ *tính toán*, họ thường nghĩ tới việc sử dụng máy tính. Nhưng tính toán còn có một nghĩa khác. Tính toán bao hàm việc sử dụng các số đếm, thu thập thông tin, và giải quyết vấn đề. Tính toán cũng bao hàm việc xử lý các con số bằng cách cộng, trừ, nhân, và chia chúng. Tính toán có thể đơn giản như $1 + 1 = 2$, hoặc nó có thể đòi hỏi sự hỗ trợ của máy tính hoặc máy vi tính tiên tiến.

Tính toán liên quan đến toán học – ngành khoa học của những con số. Toán học có nhiều phân ngành và nhiều ứng dụng thực tiễn. Nó được sử dụng trong hầu hết mọi lĩnh vực khoa học, y khoa, kinh doanh, xây dựng và sản xuất.



CỘI NGUỒN CỔ SƠ

Sự tính toán có lẽ đã ra đời không bao lâu sau khi con người xuất hiện trên Trái đất. Những người cổ sơ đã thực hiện tính toán bằng cách đếm trên đầu ngón tay và ngón chân của họ. Họ giữ sự đếm liên tục bằng cách khắc nét lên vách đá hoặc buộc nút trên dây. Công nghệ tính toán sơ khai này thật đơn giản, nhưng hiệu quả, dễ học và chính xác.

Người cổ đại đã khám phá ra một số phương pháp tính toán bằng cách thử sai. Thỉnh thoảng, người ta sao chép và cải tiến công nghệ tính toán được sử dụng ở những phần khác của thế giới. Người Hi Lạp cổ đại, chẳng hạn, đã học hình học từ người Ai Cập và người Babylon. Người La Mã học từ người Hi Lạp. Mỗi nền văn minh bổ sung thêm những cải tiến. Dần dần, kiến thức tính toán lan truyền khắp thế giới. Toán học trở thành một ngôn ngữ chung.



▲ Một cái thước Ai Cập cổ có niên đại năm 700 đến 330 trước Công nguyên được đánh dấu bằng các vạch khắc và kí hiệu số.

Các nhà khảo cổ học là nhà khoa học nghiên cứu tàn tích của những nền văn hóa quá khứ. Họ tìm hiểu kiến thức tính toán thời cổ qua các tác phẩm viết và hình khắc mà người cổ đại để lại. Thí dụ, Rhind Papyrus, một văn tự Ai Cập cổ, được tìm thấy hồi những năm 1850. Nó giống như một quyển sách giáo khoa, gồm hơn 80 bài toán. Từ những bài toán này, các nhà khảo cổ học biết được học trò Ai Cập thời cổ đã học số học và hình học như thế nào, vào khoảng năm 1650 trước Công nguyên.

Các công cụ và bia khắc thời cổ cũng cung cấp manh mối về kiến thức tính toán. Đồng hồ nước Hi Lạp cho biết người Hi Lạp có thể đo thời gian chính xác như thế nào. Ở Trung Mỹ, ngày tháng chạm trên những vật khắc bằng đá cung cấp thông tin về hệ thống lịch của nền văn hóa Maya. Những manh mối như thế này cho các nhà khoa học biết người cổ đại đã biết đếm, biết đo, hay tính toán như thế nào.

NHIỀU VÀ ÍT

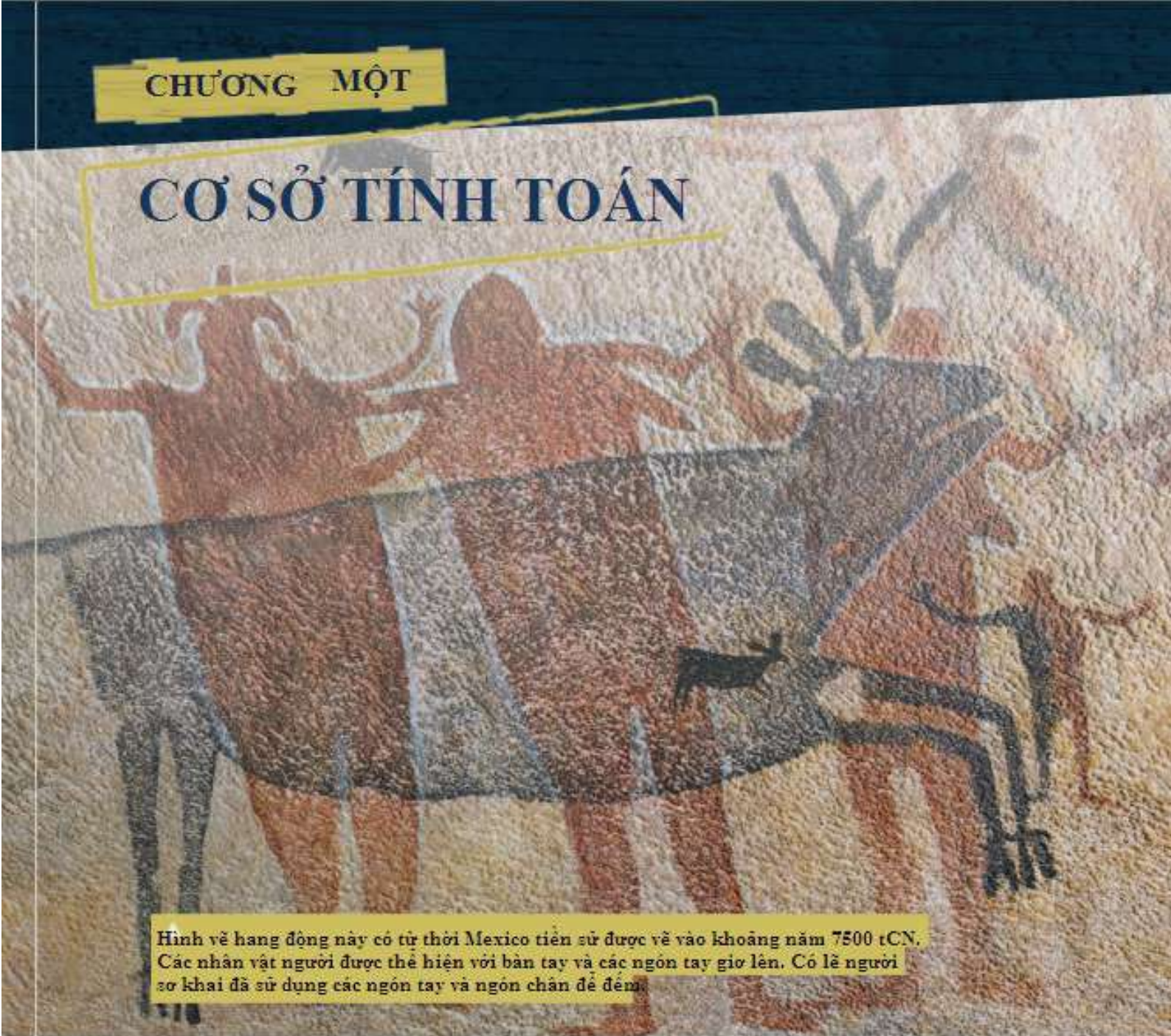
Người cổ đại thực hiện những phép tính rất hiệu quả mà không cần tới điện thoại thông minh hay máy tính bỏ túi. Đa số các ngành toán học chính yếu đã ra đời từ thời cổ đại. Các kỹ sư và thợ xây

dụng thời cổ đã sử dụng toán học để thiết kế đường xá, nhà cửa, máy móc, và vũ khí.

Sự tính toán thời cổ đã trụ vững qua sự trải nghiệm của thời gian. Chúng ta đo góc theo độ, phút, và giây nhờ những người Babylon cổ đại. Chúng ta chia ngày của mình thành 24 giờ giống hệt như người Ai Cập cổ đại đã chia. Các kí tự số của chúng ta được sáng tạo ra ở Ấn Độ cổ đại. Thỉnh thoảng, chúng ta còn sử dụng các số đếm La Mã đã được phát triển ở Rome cách nay hai nghìn năm lịch sử.

Người cổ đại cũng sử dụng toán học để giải trí. Họ đã phát triển các trò chơi, thủ thuật, và câu đố dạng số. Hãy tiếp tục theo dõi và khám phá nhiều bất ngờ thú vị về kiến thức tính toán mà chúng ta thừa hưởng từ những con người sống cách nay đã rất lâu rồi.

CƠ SỞ TÍNH TOÁN



Hình vẽ hang động này có từ thời Mexico tiền sử được vẽ vào khoảng năm 7500 tCN. Các nhân vật người được thể hiện với bàn tay và các ngón tay giơ lên. Có lẽ người sơ khai đã sử dụng các ngón tay và ngón chân để đếm.

Những con người đầu tiên trên Trái đất sống cách nay khoảng 2,5 triệu năm về trước. Họ là những người săn bắt và hái lượm. Họ sống thành những nhóm nhỏ và tìm kiếm thức ăn bằng cách săn thú, bắt cá, và thu gom quả dại. Khi thức ăn ở một nơi nào đó đã dùng hết, nhóm người lại chuyển sang địa điểm mới. Những người săn bắt-hái lượm chế tạo công cụ từ đá, gỗ, xương động vật, sợi thực vật và đất sét. Ở một số nơi trên Trái đất, kiểu sống săn bắt-hái lượm vẫn không hề thay đổi cho đến chỉ vài thế kỉ trước đây.

Những người săn bắt-hái lượm thời cổ có lẽ đã biết tầm quan trọng của sự định lượng, hay số lượng. Họ biết rằng hai con linh dương cho nhiều thức ăn hơn một con. Một bầy sói thì nguy hiểm hơn so với chỉ một con sói. Một chùm quả mọng thì đáng giá hơn

một quả mọng. Nhưng những người săn bắt-hái lượm sơ khai đó có hiểu ý nghĩa đằng sau những con số hay không?

KÍ HIỆU NGÓN TAY VÀ QUE ĐẾM

Chúng ta chỉ có thể dự đoán về thời điểm khi con người phát triển những hệ đếm cơ sở. Có lẽ họ đã sử dụng các ngón tay để biểu diễn những con số, giống hệt như trẻ con thường làm khi chúng học đếm. Một ngón tay có lẽ là kí hiệu phổ biến cho số 1, hai ngón tay cho số 2, và ba ngón cho số 3. Đối với những người săn bắt-hái lượm, bốn ngón tay xò ra có thể ý nói có bốn con voi ma mút mình len đang nằm trong tầm ngắm.



Chẳng có gì bất ngờ là hệ đếm hiện đại của chúng ta xây dựng trên cơ sở 10 – đó là số ngón tay của con người. Thật vậy, từ *digit* (chữ số), nghĩa là một con số, cũng ám chỉ một ngón tay hoặc ngón chân.

“Những cái xương được khía cẩn thận cách đây 35.000 năm [tại Hang động Biên giới ở Swaziland], có lẽ đã được dùng để ghi lại các pha của mặt trăng, cho thấy con người đã biết cách đếm”.

Ronald Schiler, “Những kết quả mới về nguồn gốc của con người”, 1973, phần nói về xương Lebombo.

CÁC ĐOẠN QUE VÀ CÁC KHÚC XƯƠNG

Người cổ đại lưu số đếm bằng những vết khía trên que. Các nhà khảo cổ đã tìm thấy những que kiểm thời cổ. Đây là những cái que và khúc xương có những vết cắt ngăn nắp. Một que kiểm gọi là

xương Lebombo đã được khía vào khoảng năm 35.000 trước Công nguyên. Đó là một khúc xương khi đầu chó được phát hiện gần một hang động ở Swaziland, miền nam châu Phi, hồi những năm 1970. Hai mươi chín vết đã khía vào khúc xương đó.

Vào năm 1960, các nhà khảo cổ ở miền trung châu Phi đã tìm thấy một khúc xương có khía vết họ gọi là xương Ishango. Thoạt đầu, họ nghĩ khúc xương này, được khắc vào khoảng năm 20.000 trước Công nguyên, là một que kiểm. Nhưng những người khác thì tin rằng những vết khía chia theo nhóm của nó biểu diễn một kiểu dạng gì đó – có lẽ là một cuốn lịch các pha của mặt trăng.

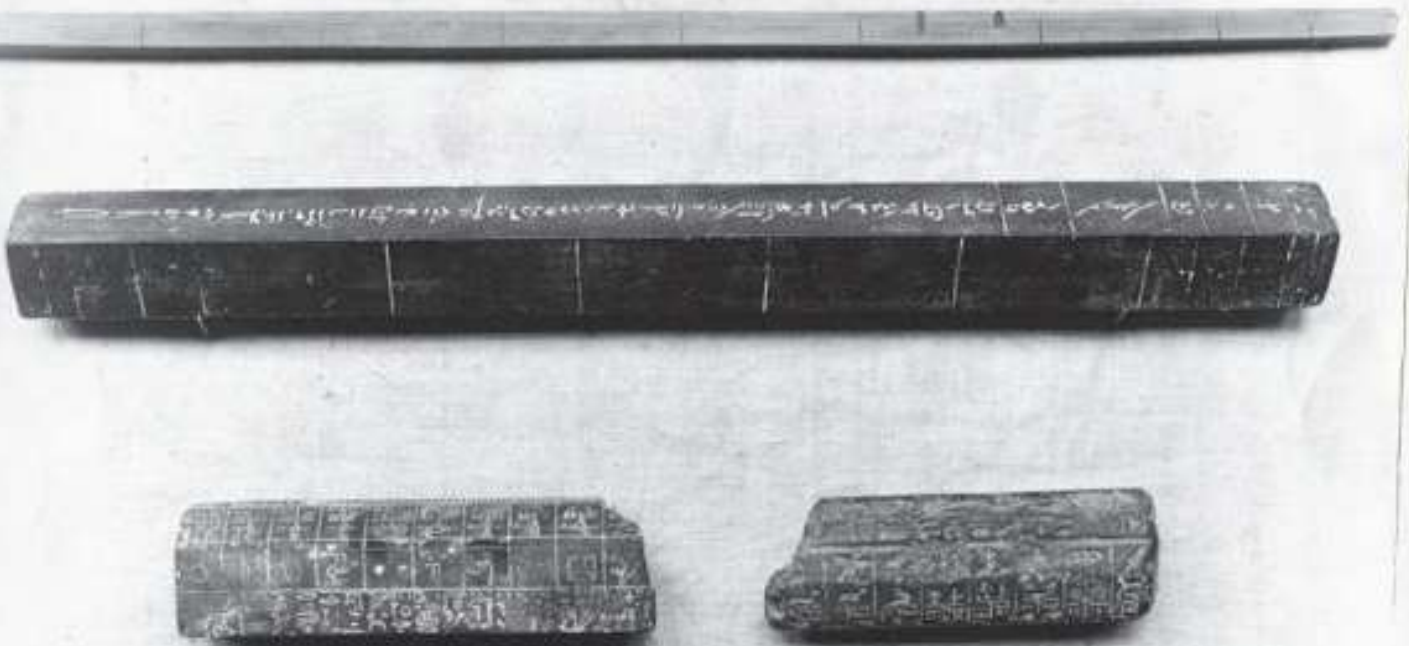


DÙNG BỘ PHẬN CƠ THỂ ĐỂ ĐO

Ngoài việc đếm trên ngón tay, người cổ đại còn dùng cơ thể để đo đạc. Họ sử dụng bàn chân của mình để đo khoảng cách. Trong hàng nghìn năm trời, foot – bằng 12 inch (30cm) trong thời hiện đại [tiếng Anh nghĩa là bàn chân] – không phải là một chiều dài cố định. Nó biến thiên đến vài inch, tùy thuộc vào kích cỡ bàn chân của người thực hiện phép đo.

Một trong những đơn vị đo thời cổ được sử dụng rộng rãi nhất là cubit. Nó là khoảng cách từ khuỷu tay của một người đàn ông đến đầu mút ngón tay giữa. Thoạt đầu, một inch là bề rộng của ngón tay cái của người đàn ông. Sau đó, một inch là chiều dài của ngón tay trở, tính từ đầu ngón đến khớp đốt thứ nhất. Gang tay là độ rộng của bàn tay người - khoảng 4 inch (10cm). Người ta vẫn còn sử dụng gang tay để đo dây thừng.

▼ Những thanh cubit Ai Cập này làm bằng đá basalt và gỗ có niên đại khoảng năm 1600 đến 250 tCN. Thanh cubit Ai Cập được chia thành bảy "gang" bốn "ngón", tạo thành 28 phần cả thảy. Một cubit dài khoảng 20,6 inch (52,3 cm)



Các phép đo cơ thể người là không đồng đều. Chúng biến thiên rất nhiều, từ người này sang người khác. Nhưng chúng thật sự mang lại một lợi ích lớn – người cổ đại luôn luôn có một cái thước trong tay. Thật vậy, một số phép đo cơ thể người vẫn còn được sử dụng ngày nay. Ở Đông Nam Á, người Malay truyền thống vẫn sử dụng móng tay, nhúm và chu vi cẳng tay làm đơn vị đo.

MANCALA

Một số người cổ đại sử dụng các kỹ năng đếm để vui chơi. Ở các quốc gia châu Phi Eritrea và Ethiopia, các nhà khoa học đã tìm thấy bằng chứng của trò chơi *mancala* có từ những năm 500 hoặc 600 sau Công nguyên.

Một phiên bản phổ biến của trò chơi này sử dụng sáu cái lỗ, hay sáu cái tách. Hai cái lỗ lớn hơn nằm ở hai đầu. Người chơi đặt hòn đá, hạt đậu, hoặc những vật đếm nhỏ khác vào trong từng lỗ một. Người chơi tuân theo những quy tắc nhất định để giành số đếm. Người chơi nào giành được nhiều số đếm nhất thì thắng. Người chơi

giỏi sử dụng việc đếm và tính toán để xác định bước đi tốt nhất của họ.



▲ Trò chơi đếm ayo (một phiên bản của trò Mancala) vẫn được chơi phổ biến ở Nigeria.

Các phiên bản của trò chơi này vẫn được chơi trên khắp thế giới. Chúng có nhiều tên gọi khác nhau, trong đó có *wari* và *ayo*.

TRUNG ĐÔNG CỔ ĐẠI

Khoảng năm 3500 tCN, một số tộc người ở Trung Đông bắt đầu từ bỏ lối sống săn bắt-hái lượm. Theo năm tháng, họ bắt đầu xây dựng nhà cửa, đồng áng, và làng mạc. Họ canh tác trên vùng đất phì nhiêu nằm giữa sông Tigris và sông Euphrates. Vùng này có tên gọi là Mesopotamia (nghĩa là nằm giữa hai sông). Mesopotamia là quê hương của nhiều nền văn hóa cổ trong vài nghìn năm trời. Trong số này có các nền văn hóa Sumeri, Babylon, Hittite, and Assyri.

Người nông dân ở Trung Đông cổ đại cần các phương pháp đếm số lượng nông sản, đo đạc đất đai và theo dõi sự biến đổi mùa màng. Vì họ trao đổi nông sản cùng những hàng hóa khác với những nhóm người khác, nên họ cần cái cân và những phép đo chuẩn.

Khi người dân ở Trung Đông sống định cư thành những làng nông nghiệp, họ cần những phương pháp đánh dấu ranh giới đất đai của họ. Họ đã phát triển một công nghệ gọi là trắc địa. Trắc địa sử dụng toán học để đo khoảng cách, đo góc và đường viền của mảnh đất. Với kỹ thuật trắc địa, người ta có thể xác định diện tích và ranh giới đất đai của người nông dân. Những nhà bản đồ học thời cổ có thể miêu tả chính xác sông ngòi, đồi núi và những đặc điểm địa hình khác trên bản đồ. Trắc địa còn quan trọng trong xây dựng. Nó giúp các kỹ sư thời cổ thiết kế những con đường thẳng tắp, những tòa nhà và những chiếc cầu.

▼ Hình chạm khắc giải trí này có xuất xứ ở Lâu đài Assyri tại Nineveh (Iraq ngày nay), khoảng năm 650 tCN, miêu tả những người nông dân đang thu hoạch lúa đường trên bờ một con sông. Người Trung Đông cổ đại đã sử dụng số đếm và các kỹ thuật tính toán để tính cỡ những mảnh đất của họ.



Tác phẩm viết và những đồ tạo tác khác từ nền văn hóa Sumari cho thấy con người ở Trung Đông cổ đại đã đo ranh giới đất đai từ tận năm 1400 tCN. Người Sumeri còn sử dụng những phép đo cẩn thận và kỹ thuật trắc địa để lên kế hoạch xây dựng những thành phố của họ.

NHỮNG TẤM BẢN ĐỒ ĐẦU TIÊN

Bản đồ thể hiện khoảng cách giữa các thành phố, đường xá, và những đặc điểm địa hình như núi non và sông ngòi. Việc lập bản đồ đòi hỏi sự đo đạc rất chính xác. Những người lập bản đồ phải vẽ theo tỉ lệ xích, nghĩa là khoảng cách trên bản đồ tỉ lệ với khoảng cách trong thế giới thực tế. Chẳng hạn, 1 inch (2,5cm) trên bản đồ có thể bằng 10 dặm (16km) trên thực tế.

Người Babylon cổ đại đã vẽ những tấm bản đồ được biết đầu tiên vào khoảng năm 2300 tCN. Họ khắc chúng trên đất sét ẩm thành những bản đồ đất sét. Phần nhiều trong số những bản đồ này là ghi chép hợp pháp về quyền sở hữu đất đai. Họ miêu tả kích cỡ của những cánh đồng của người nông dân. Những bản đồ khác thì là sự chỉ dẫn cho con người trong những chặng hành trình dài.

Một tấm bản đồ Babylon, được vẽ khoảng năm 600 tCN, thể hiện toàn bộ thế giới – hay ít nhất là cái mà người Babylon nghĩ là toàn bộ thế giới. Nó thể hiện thành phố Babylon ở chính giữa, Vịnh Persian ở một bên, và một vài quốc gia khác, thí dụ như Armenia

ngày nay. Toàn bộ đất đai được bao quanh bởi một đại dương khổng lồ.

NHỮNG THƯƠNG NHÂN ĐẦU TIÊN

Người nông dân ở Trung Đông cổ đại có lẽ là những thương nhân đầu tiên của thế giới. Mesopotamia có những cánh đồng nông nghiệp màu mỡ. Người nông dân sản xuất ra nhiều thực phẩm hơn nhu cầu họ cần đến. Vì thế, họ có thể bán đi những sản phẩm thừa.

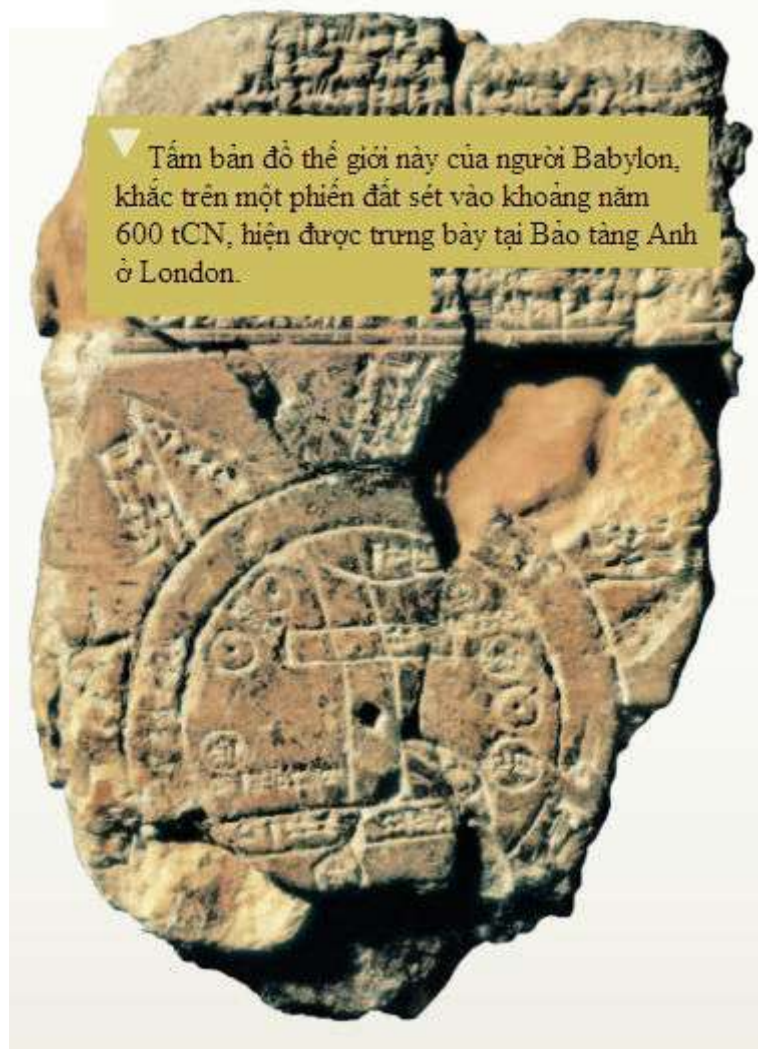
Babylon là một trung tâm thương mại. Tại chợ, thương nhân buôn bán ngũ cốc, cá khô, vải vóc, gạch ngói và vàng với những người từ nhiều thành phố khác đến. Để thanh toán và đảm bảo chi trả lượng bằng nhau cho những lượng hàng hóa giống nhau, người thương nhân cần đến những đơn vị chuẩn của đồng tiền, chiều dài và cân nặng.

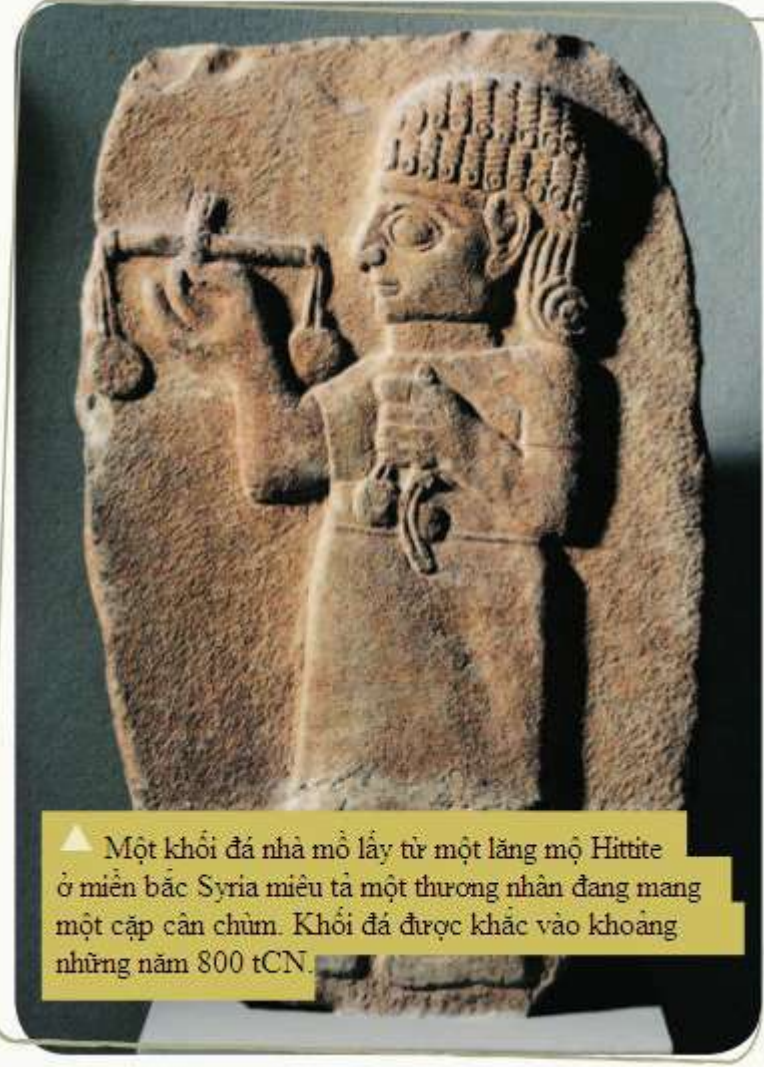
Cubit, khoảng cách từ khuỷu tay đến đầu mút ngón tay giữa của người đàn ông, được sử dụng rộng rãi làm đơn vị đo chiều dài trong thế giới cổ đại. Người Mesopotamia chia cubit thành những đơn vị nhỏ hơn nữa. Một cubit gồm hai foot. Một foot gồm ba bàn tay – khoảng cách ngang từ ngón trỏ đến ngón út của bàn tay người đàn ông. Một “bề rộng ngón tay” bằng khoảng 1 inch (2,5cm).

CÂN KHỐI LƯỢNG

Các nhà khảo cổ không chắc chắn lắm rằng chiếc cân đầu tiên được phát minh ra ở Babylon cổ đại hay ở Ai Cập cổ đại. Cả hai nền văn minh đều sử dụng cân, có lẽ tận hồi 5000 năm tCN.

Cân thời cổ đại là cân đòn. Chúng cấu tạo gồm một cái đòn hay một thanh nằm cân bằng trên một giá đỡ ngay chính giữa. Ở mỗi đầu treo một đĩa cân. Khi có một vật nằm trong một đĩa cân (có





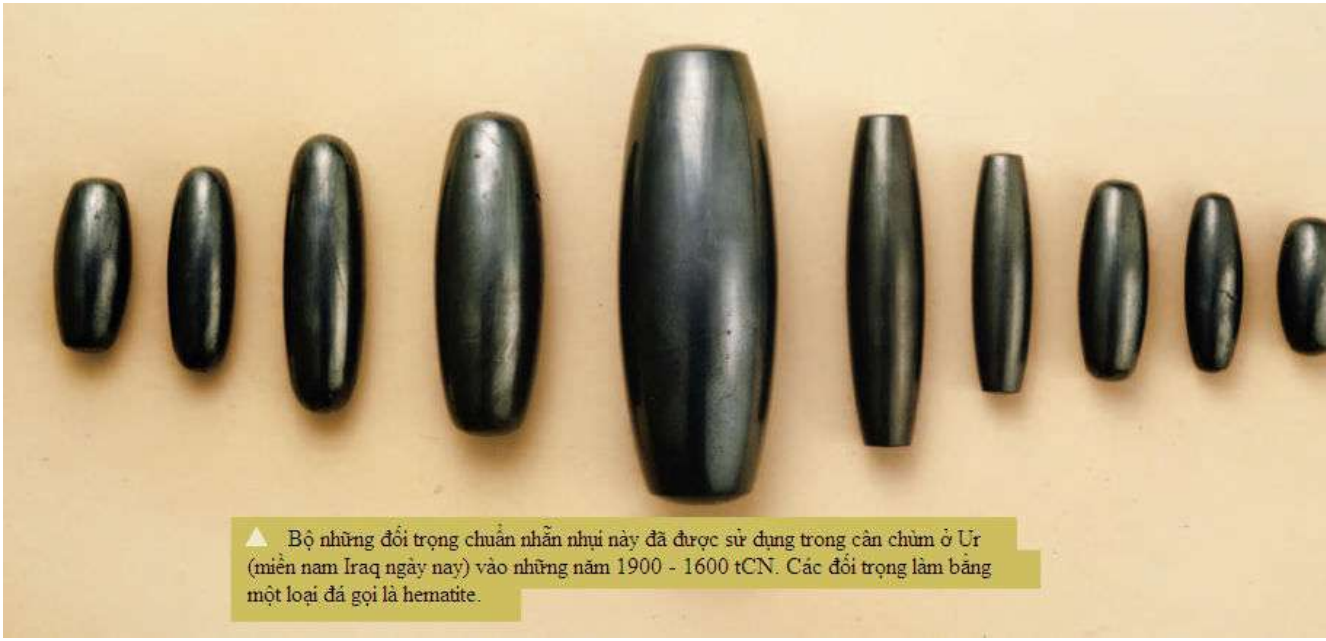
▲ Một khối đá nhà mồ lấy từ một lăng mộ Hittite ở miền bắc Syria miêu tả một thương nhân đang mang một cặp cân chùm. Khối đá được khắc vào khoảng những năm 800 tCN.

lẽ, một miếng vàng) nặng hơn vật trong đĩa cân kia, thì phía đầu thấp được treo thêm một quả cân. Khi các vật cân bằng nhau về trọng lượng, thì đĩa cân nằm thẳng bằng.

Những cái cân đòn đầu tiên đơn giản là so sánh trọng lượng của hai vật khác nhau. Chúng không đo trọng lượng của vật dựa trên những đơn vị chuẩn. Cuối cùng thì người Babylon đã phát triển những chuẩn cân nặng đầu tiên của thế giới – những đơn vị đo lường thống nhất từ nơi này đến nơi khác.

Chuẩn Babylon là những hòn đá nhẵn. Chúng được mài và đánh bóng để đảm bảo mỗi hòn

cân nặng như nhau. Người thương nhân đặt một hoặc nhiều hòn đá lên một đĩa cân của cân đòn. Họ đặt vật được bán hoặc mua ở phía đĩa cân bên kia. Chúng có thể cân nặng bằng hai hòn đá, chẳng hạn. Với những trọng lượng đã tiêu chuẩn hóa, sự giao dịch buôn bán được thực hiện chính xác hơn.



▲ Bộ những đôi trọng chuẩn nhẵn nhụi này đã được sử dụng trong cân chùm ở Ur (miền nam Iraq ngày nay) vào những năm 1900 - 1600 tCN. Các đôi trọng làm bằng một loại đá gọi là hematite.

Cân đòn kiểu Babylon trông có vẻ thật nguyên sơ. Nhưng ngày nay, các nhà khoa học và những người khác vẫn sử dụng những cái cân tương tự.

TÍNH TOÁN THỜI GIAN

Đồng hồ mặt trời là những dụng cụ đo thời gian theo vị trí của Mặt trời khi nó di chuyển trên bầu trời. Đồng hồ mặt trời có thể là những thiết bị đo thời gian rất chính xác. Tất nhiên, chúng không có ích vào ban đêm hoặc vào những ngày nhiều mây. Nhưng đồng hồ mặt trời đã giúp những người cổ đại đo thời gian ban ngày.

Một số đồng hồ mặt trời đầu tiên được chế tạo ở Babylon cổ đại. Chúng là những miếng đá hoặc gỗ phẳng với một cái cột thẳng đứng gọi là cột đồng hồ mặt trời (gnomon). Gnomon tạo ra một cái bóng trên mặt đồng hồ. Khi mặt trời di chuyển trên bầu trời, cái bóng của nó di chuyển qua các vạch trên mặt đồng hồ. Mỗi vạch xác định một thời điểm nhất định trong ngày.

Khoảng năm 300 tCN, một nhà thiên văn học người Babylon tên gọi là Berossus đã chế tạo một đồng hồ mặt trời có nền đế cong. Nó trông tựa như một cái bát. Gnomon dựng đứng ở giữa cái bát. Các vạch trên nền bát chia ngày thành 12 phần bằng nhau. Đây là những giờ đồng hồ đầu tiên. Đồng hồ của Berossus quá tốt nên những đồng hồ khác tương tự như nó đã được sử dụng trong hơn một nghìn năm trời. Hệ thống ngày gồm 24 giờ hiện đại của chúng ta, với 12 giờ buổi sáng và 12 giờ buổi chiều và tối, đã khởi nguyên từ hệ thống của Berossus.

ĐẾM THEO 60

Ba cái bút chì, ba chiếc xe hơi, và ba ngôi sao trên bầu trời đều có chung một thứ: đó là “bộ ba”. Mười con chim và mười cái cây chia sẻ chung một đặc điểm là tổng số bằng mười. Bằng cách tìm hiểu những liên hệ này, người Trung Đông cổ đại đã có thể sáng tạo ra những kí tự cho số đếm. Khi đó, họ có thể mô tả bất kì nhóm ba vật nào với một kí tự nhất định. Một kí tự khác có thể tượng trưng cho một tập hai, bốn, và cứ thế. Các nhà khảo cổ đã tìm thấy những phiến đất sét được khắc số trong đồng đồ nát của thành Babylon và những thành phố Trung Đông cổ đại khác. Đây là một số kí tự dạng số được biết là sớm nhất của thế giới. Một số phiến đất sét đã gần 5000 năm tuổi.

Hệ thống số đếm Mesopotamia dựa trên cơ số 60. Các kí tự trên phiên đất sét kí hiệu cho 1 đến 59. Kí tự cho số 1 cũng kí hiệu cho 60 hoặc 3600 (60×60), tùy thuộc vào vị trí của nó trong con số. Nghe có vẻ khó hiểu nhỉ? Thật ra không có gì khó hiểu hết. Theo kiểu giống như vậy, chúng ta có thể dùng một số 1 để kí hiệu cho 100, như trong con số 156. Loại hệ thống số này được gọi là hệ giá trị phụ thuộc vị trí.



► Một phiên đất sét ở thành Ur thuộc nền văn hóa Sumeri ghi lại số người lao động, vào khoảng năm 2000 tCN.

NGƯỜI BABYLON VÀ SỐ KHÔNG

Hệ Babylon đã tiến bộ trong việc phát triển hệ thống số giá trị phụ thuộc vị trí của họ. Họ còn là những người đi tiên phong trong việc sử dụng một kí tự để biểu diễn số không: 0. Một chấm biểu diễn số 0 trong hệ số đếm của họ. Tuy nhiên, họ chỉ sử dụng 0 làm một kí hiệu vị trí trong các con số, chứ không theo nghĩa bản thân

nó là một con số. Điều đó giống như là chúng ta sử dụng số 0 để thể hiện sự khác biệt giữa 44 và 404, chứ không bao giờ dùng 0 đứng độc lập.

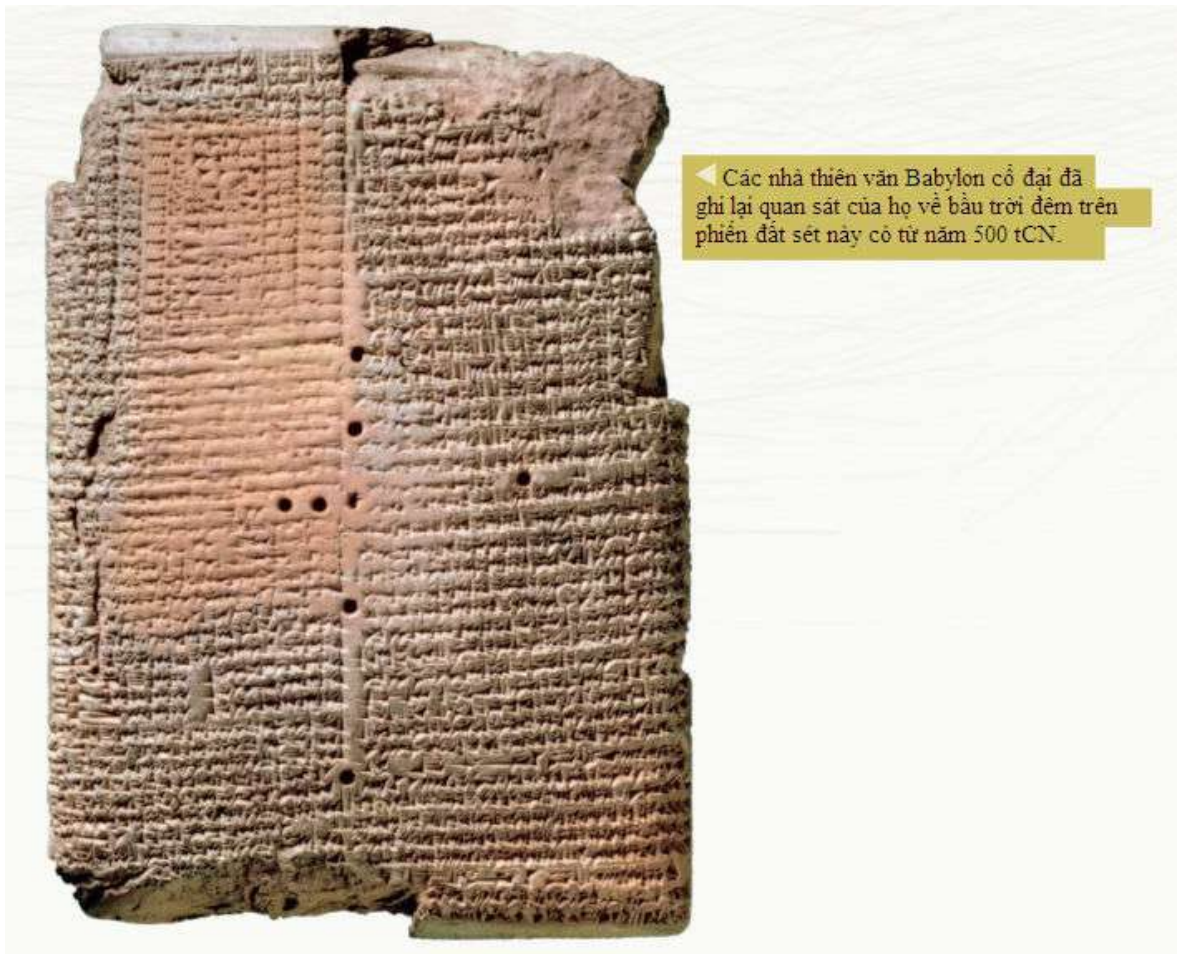
NGUYỆT THỰC

Trong lúc nguyệt thực, Trái đất đi qua giữa Mặt trời và Mặt trăng. Bóng của Trái đất che tối Mặt trăng. Đối với con người thời cổ đại, nhật nguyệt thực là cái gì đó bí ẩn và đáng sợ.

Các nhà thiên văn Babylon muốn biết khi nào thì nhật nguyệt thực sẽ xảy ra. Họ đã quan sát Mặt trời và những vật thể sáng khác chuyển động trên bầu trời. Trong hàng thế kỉ, các nhà thiên văn đã ghi lại ngày tháng xảy ra nhật nguyệt thực và sự chuyển động của các thiên thể. Họ đã sử dụng một quyển lịch dựa trên các pha của Mặt trăng.

Thiên văn toán học Babylon là nguồn gốc của mọi nỗ lực nghiêm túc sau đó của các ngành khoa học chính xác.

- Asger Aaboe, nhà sử học người Đan Mạch, 1974



◀ Các nhà thiên văn Babylon cổ đại đã ghi lại quan sát của họ về bầu trời đêm trên phiến đất sét này có từ năm 500 tCN.

Các nhà khoa học cổ đại không hiểu nổi tại sao nhật nguyệt thực lại xảy ra. Nhưng họ biết khi nào sẽ xảy ra – mỗi 223 tháng một lần (theo lịch hiện đại của chúng ta). Công trình của họ là sự khởi đầu của cái chúng ta gọi là thiên văn toán học.

MỘT CON SỐ NỔI TIẾNG

Một trong những con số hữu ích nhất đối với các kĩ sư, nhà vật lí, và những nhà khoa học, là số pi. Nhân pi với đường kính của một vòng tròn (khoảng cách tính qua điểm chính giữa) cho bạn chu vi của vòng tròn (chiều dài cung bao xung quanh).

Người Babylon và người Ai Cập cổ đại đã phát minh ra số pi vào khoảng năm 2000 tCN. Họ tìm ra con số trên khi nghiên cứu chu vi của một vòng tròn thay đổi như thế nào khi đường kính của nó thay đổi. Các nhà toán học Babylon tính được pi bằng 3,125. Người Ai Cập tính được pi là 3,160. Các nhà toán học hiện đại định nghĩa pi xấp xỉ bằng 3,1416.

Pi là một trong những khám phá vĩ đại nhất trong lịch sử tính toán. Pi phát huy tác dụng trên mỗi và mọi vòng tròn, bất kể kích cỡ của chúng. Người cổ đại có thể tính ra khoảng cách bao quanh bất kì cánh đồng, nhà cửa, hay vật nào khác có dạng tròn bằng cách đo đường kính của vòng tròn, rồi nhân nó với chừng 3,1.

PI: CÁI CHÚNG TA HỌC ĐƯỢC TỪ THỜI CỔ ĐẠI

Như các toán học đều biết, pi không bằng bất kì phân số hay số thập phân chính xác nào. Nó nhỏ hơn $22/7$ một chút. Các nhà toán học đã sử dụng máy vi tính hiện đại để tính giá trị của số pi đến gần 3 nghìn tỉ chữ số thập phân – nghĩa là số 3, sau dấu chấm phân cách phân thập phân là 3 nghìn tỉ con số. Nhưng những chữ số thập phân mà các nhà toán học cổ đại sử dụng là gần đủ cho những mục đích của họ.

CHƯƠNG BA

AI CẬP CỔ ĐẠI



▲ Người Ai Cập cổ đại sinh sống bên dòng sông Nile. Họ đã phát triển chữ viết và chữ số tượng hình để ghi lại lịch sử, để theo dõi việc buôn bán, và để thực hiện những dự án xây dựng.

Con người ở Ai Cập cổ đại bắt đầu định cư ven sông Nile vào khoảng năm 7000 tCN. Sông Nile cung cấp nước uống, tắm gội, và tưới tiêu đồng ruộng. Con sông cũng dâng lũ làm ngập đôi bờ của nó hàng năm. Khi nước lũ rút, nó để lại một lớp phù sa làm mỡ màng cho đất. Dần dần, người Ai Cập đã phát triển một trong những nền văn minh nổi tiếng nhất thế giới cổ đại. Người Ai Cập cổ đại đã xây dựng những kim tự tháp khổng lồ, nghĩ ra một hệ thống chữ viết tượng hình gọi là *hieroglyphics*, và đã sáng tạo ra những công nghệ tiên tiến khác.

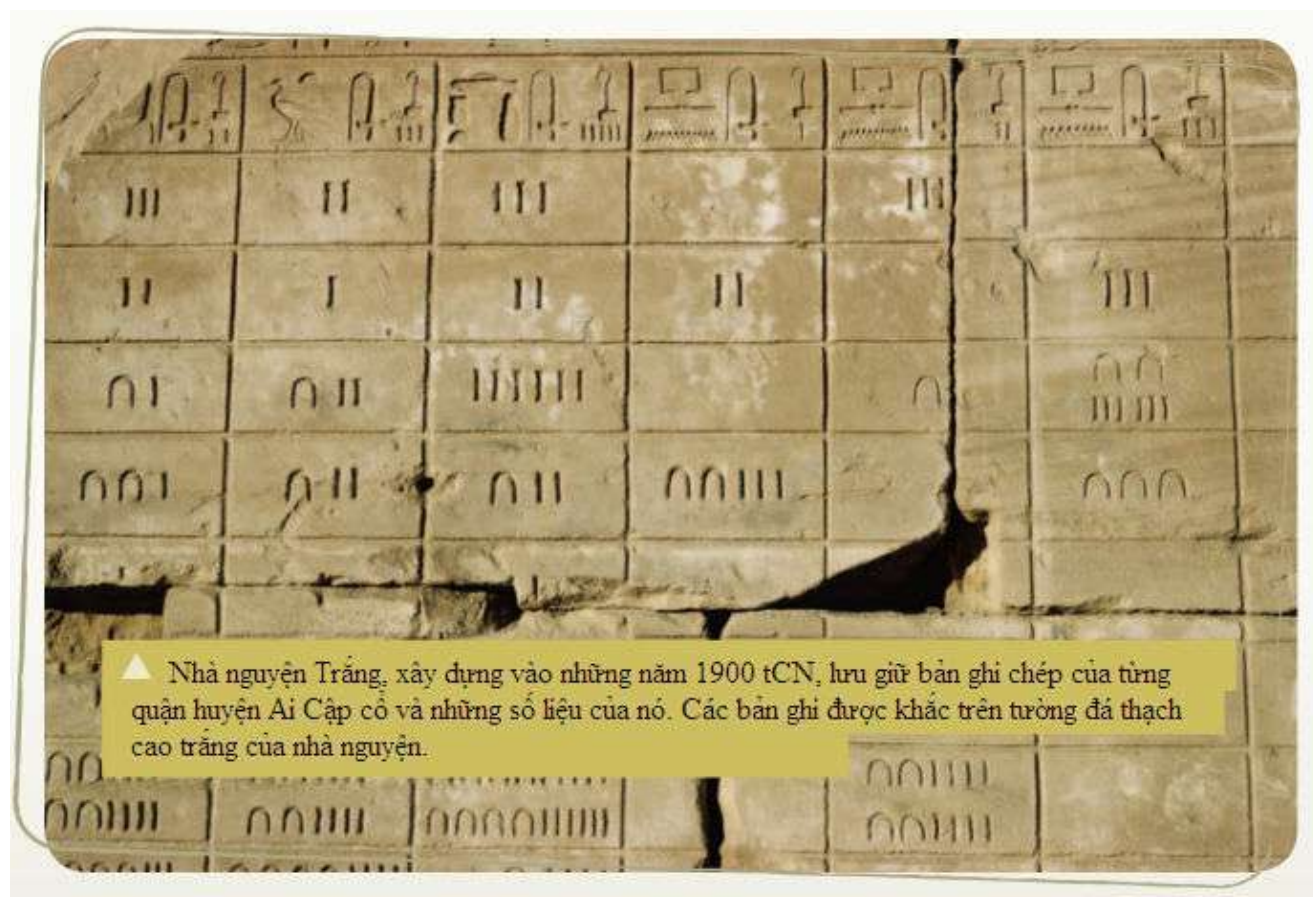
Người Ai Cập cổ đại đã sử dụng công nghệ tính toán trong nhiều dự án. Họ sử dụng phép cộng và phép trừ để theo dõi công việc kinh doanh và nộp thuế. Họ sử dụng trắc địa để đo đạc đất đai của người nông dân. Họ đo thời gian bằng đồng hồ mặt trời và những loại đồng hồ khác. Họ sử dụng các kỹ thuật như đo góc vuông

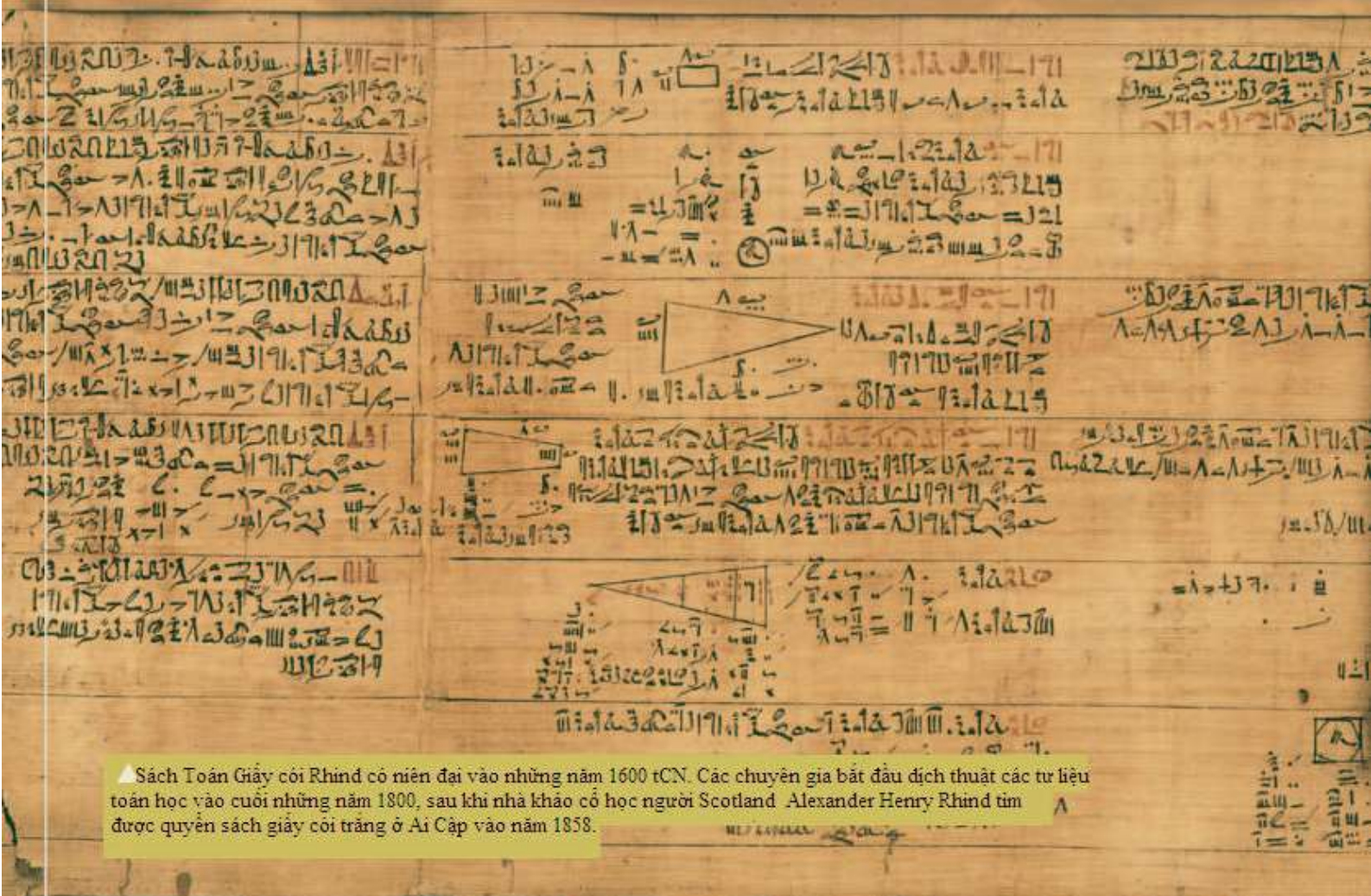
(góc 90 độ) để xây dựng những ngọn đèn và những kim tự tháp khổng lồ.

SỐ TƯỢNG HÌNH

Nhắc tới *hieroglyphics*, đa số mọi người thường nghĩ đến hệ thống chữ viết tượng hình của người Ai Cập. Nhưng *hieroglyphics* còn đánh số bằng hình vẽ nữa. Trong hệ số Ai Cập, một vạch đơn kí hiệu cho 1, hai vạch cho 2, ba vạch cho 3, và vùn vùn cho đến 9. Một kí hiệu hình cung biểu diễn số 10. Một hình xoắn ốc biểu diễn 100. Số 1000 được biểu diễn bằng một cây sen. Một hình vẽ ngón tay trở nghĩa là 10.000. Hình vẽ cho 100.000 là một con nòng nọc hoặc một con ếch. Một người đàn ông đang ngồi với hai cánh tay giơ lên biểu diễn cho 1.000.000.

Để viết số 1.109, người viết thuê ở Ai Cập sẽ vẽ một cây sen (1000), một xoắn ốc (100), và chín vạch (9). Một ngón tay, một cây sen, và hai xoắn ốc nghĩa là 11.200. Một người đàn ông và một con nòng nọc xếp cạnh nhau sẽ là 1.100.000.





Sách Toán Giấy côi Rhind có niên đại vào những năm 1600 tCN. Các chuyên gia bắt đầu dịch thuật các tư liệu toán học vào cuối những năm 1800, sau khi nhà khảo cổ học người Scotland Alexander Henry Rhind tìm được quyền sách giấy côi trắng ở Ai Cập vào năm 1858.

SÁCH GIÁO KHOA CỎ

Vào những năm 1800, các nhà khảo cổ đã tìm thấy hai quyển sách giáo khoa dùng trong trường học ở Ai Cập cổ đại. Cả hai quyển sách đều là những cuộn giấy côi dài, một loại giấy chế tạo từ cây côi. Hai quyển sách dùng để dạy những người chép sách. Những người chuyên nghiệp này được đào tạo để đọc, viết, và giải các phương trình hồi thời cổ đại.

Sách Toán Giấy côi Rhind là nguồn thông tin quan trọng nhất của vũ trụ về nền toán học Ai Cập. Nó mang tên Alexander Henry Rhind, một nhà khảo cổ học người Scotland. Ông tìm thấy cuộn giấy côi đó ở gần thành phố Thebes của Ai Cập vào năm 1858. Cuộn giấy đó dài khoảng 5,5 mét khi nó chưa cuộn lại.

Một nhà chép sách Ai Cập, Ahmes the Moonborn, đã viết quyển giấy côi đó vào khoảng năm 1650 tCN. Ông gọi nó là “sự thấu hiểu mọi thứ đang tồn tại, kiến thức của mọi bí mật”. Quyển giấy côi giải thích phương pháp cộng, trừ, và thực hiện những phép tính khác với các số nguyên và phân số. Đa số người dân Ai Cập cổ đại không được học qua trường lớp. Họ sẽ không hiểu cuộn giấy côi viết gì, thành ra nội dung của nó được xem là “bí mật”. Nhưng các

phương trình nêu trong đó sẽ là những bài “ngon ơ” đối với đa số học sinh lớp sáu ngày nay.

Ahmes còn đưa vào quyển sách của ông những cơ sở toán học tiên tiến hơn, trong đó có đại số. Ngành toán học này sử dụng các kí tự để đại diện cho những con số. Một phương trình đại số đơn giản là $6 + x = 7$. Đáp số là $x = 1$. Một phương trình đại số khác là $45 - x = 40$. Đáp số: $x = 5$.

Người Ai Cập sử dụng đại số để giải những bài toán thực tế. Chẳng hạn, giả sử có một nghìn người thợ dẻo đá đang xây dựng một kim tự tháp. Mỗi người thợ dẻo đá ăn ba ổ bánh mì mỗi ngày. Hỏi cần cung cấp bao nhiêu ổ bánh mì cho những người thợ dẻo đá đó trong 10 ngày? Phương trình: $x = 1000 \times 3 \times 10$.

Sách cỏi Rhind còn có những bài toán suy luận phức tạp và những bài toán chữ. Hãy thử xem bạn có thể giải bài toán sau đây như học sinh Ai Cập phải làm hay không.

Bảy nhà nọ có nuôi bảy con mèo. Mỗi con mèo bắt được bảy con chuột. Mỗi con chuột ăn bảy nhúm hạt lúa mì. Mỗi nhúm hạt lúa mì sẽ gieo mọc bảy bụi lúa mì. Hỏi có tất cả bao nhiêu đối tượng đếm trong bài toán này? *Xem câu trả lời bên dưới.*

[Đáp án: 19.607]

Sách Toán Giấy cỏi Moscow, một cuộn giấy cỏi Ai Cập cổ đại khác, được sử dụng vào những năm 1800 tCN. Nó được đặt theo tên thành phố nước Nga, nơi lưu giữ nó. Cuộn giấy cỏi đó thỉnh thoảng được gọi là Sách cỏi Golenishchev, theo tên người đã mua nó ở Ai Cập hồi thập niên 1890. Tác giả của quyển giấy cỏi cổ đó vẫn chưa rõ.

Giống như Sách cỏi Rhind, Sách cỏi Moscow có những bài toán số học và đại số thực tế. Một số bài toán tính tốc độ mà một người thợ có thể làm việc. Những bài toán khác tìm số đo của một con tàu. Sách cỏi Moscow còn bao hàm cả hình học. Thí dụ một bài toán, học sinh phải tìm thể tích của một kim tự tháp với phần chóp bị thiếu của nó. Một thí dụ khác liên quan đến tìm diện tích bề mặt.

PHÂN SỐ KIỂU AI CẬP

Người Ai Cập sử dụng phân số để nhân và chia. Họ chủ yếu sử dụng các phân số đơn vị - những phân số với số 1 ở trên, thí dụ như $\frac{1}{2}$ hoặc $\frac{1}{4}$. Ngày nay, học sinh thường học làm toán với phân số bằng cách quy đồng mẫu số, không quan tâm số trên tử là bao nhiêu. Đa số mọi người xem phương pháp này là dễ làm hơn so với phương pháp phân số đơn vị. Cho nên, có lẽ bạn nên mừng vì bạn chẳng phải là một học trò Ai Cập cổ đại!

NHÂN VÀ CHIA KHÔNG GIỐNG AI

Nền văn minh Ai Cập cổ đại kéo dài vài nghìn năm lịch sử. Các phương pháp tính toán kiểu Ai Cập thay đổi trong suốt thời gian đó. Một phương pháp mà người Ai Cập nhân những con số có lẽ khá lạ đối với học sinh ngày nay. Vào thời kì Vương triều Cũ (khoảng 2650 đến 2150 tCN), người Ai Cập sử dụng hai cột số. Cột bên trái luôn bắt đầu với số 1 và gấp đôi lên theo từng hàng. Giả sử một học sinh muốn nhân 30 với 12. Trước tiên, người học sinh đó lập hai cột:

1	30
2	60
4	120
8	240
16	480

Sau đó, học sinh sẽ viết những con số ở cột thứ nhất cộng lại bằng 12: $4 + 8 = 12$. Sau đó, học sinh sẽ cộng “số đối tác” của những con số đó ở cột kế bên để có đáp số: $120 + 240 = 360$.

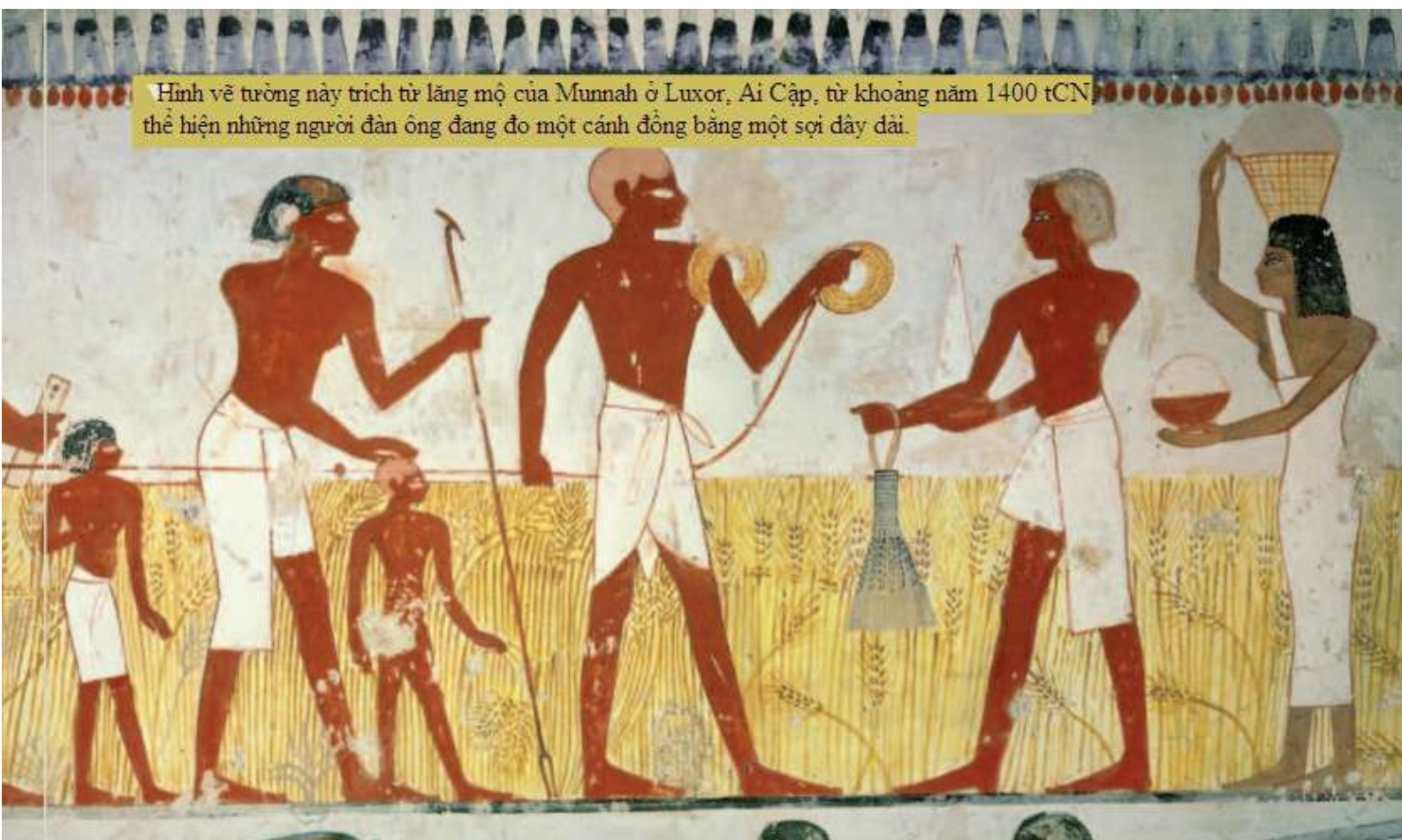


BAO NHIÊU THÌ ĐỦ?

Ở Ai Cập cổ đại, nhà chép sách là những người quan trọng. Họ lưu giữ các tư liệu, kê thuế, điều hành các dự án xây dựng, và giúp quân đội tính xem cần bao nhiêu thực phẩm và quân nhu.

Sách cói Rhind và Moscow giải thích làm thế nào giải những bài toán mà những người chép sách gặp phải trong công việc của họ. Hai quyển sách đó có những bài học về việc đo diện tích đồng ruộng, cộng số viên gạch, và tính số lượng bánh mì và bia cần thiết để cung cấp cho thợ xây dựng.

Hình vẽ tường này trích từ lăng mộ của Munnah ở Luxor, Ai Cập, từ khoảng năm 1400 tCN, thể hiện những người đàn ông đang đo một cánh đồng bằng một sợi dây dài.



ĐO BẰNG NÚT THẮT

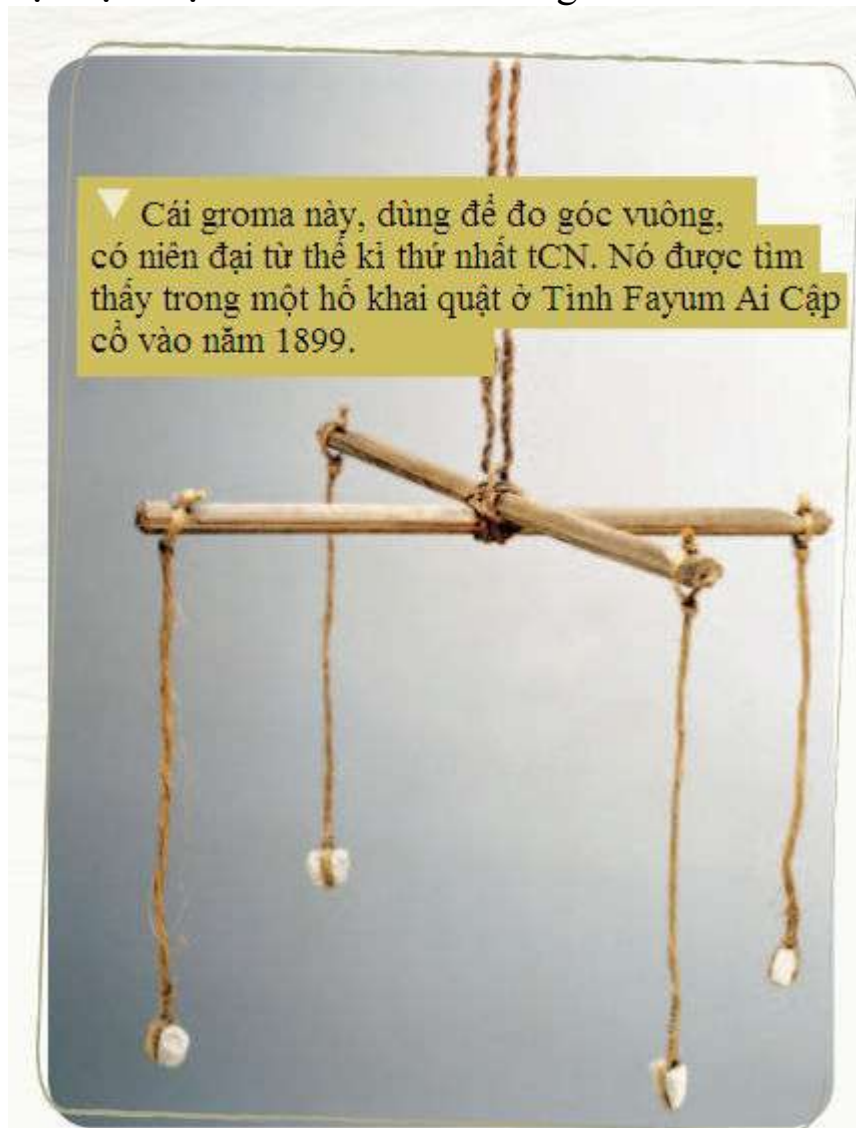
Người Ai Cập sử dụng những phương pháp đơn giản để đo cỡ của đồng ruộng và nhà cửa. Thỉnh thoảng, họ sử dụng những thanh gỗ có chiều dài chuẩn, giống như thước mét hiện đại, để đo khoảng cách. Lần khác, họ sử dụng những sợi dây dài, thắt nút. Họ buộc những gút thắt cách đều nhau, thí dụ một cubit. Họ chạy sợi dây trên đất hoặc trên thành công trình xây dựng. Khi đó, họ đếm số nút thắt để xác định chiều dài.

Một hình vẽ trên lăng mộ xây dựng ở Thebes vào khoảng năm 1400 tCN thể hiện những người đang sử dụng một sợi dây thắt nút để đo một cánh đồng lúa mì. Một người đàn ông giữ mỗi đầu dây, sợi dây thì kéo căng dọc theo bờ cánh đồng. Trong khi đó, hai người đàn ông khác ghi lại số đo. Những con người này trông tựa như những viên chức tại một sân bóng đá hiện đại sử dụng một dây 9m để đo vạch cho sân.

NHỮNG GIÁM SÁT VIÊN VĨ ĐẠI

Cần có những giám sát viên vĩ đại để xây dựng Kim tự tháp Lớn tại Giza, hoàn thành vào khoảng năm 2560 tCN. Ngọn kim tự tháp cao 147 m và được xây dựng từ hơn hai triệu tảng đá. (Do xói mòn, hoặc sụt lở, ngày nay nó đã thấp đi khoảng 9 m) Nền của nó mỗi cạnh dài khoảng 230 m và chiếm diện tích gần bằng cỡ mười sân bóng đá. Nhưng các cạnh nền chỉ sai lệch 18 cm so với một hình vuông hoàn hảo. Chúng được định vị chính xác theo hướng bắc-nam và đông-tây.

Làm thế nào các giám định viên Ai Cập thực hiện công việc chính xác như vậy? Một phần bí mật của họ là một công cụ gọi là *groma*. Họ dùng nó để đo góc vuông. Groma là một chữ thập gỗ phẳng. Hai cánh tay đòn của nó giao nhau ở chính giữa và tạo thành bốn góc vuông. Ở hai đầu mỗi cánh tay đòn có gắn những dây thừng nhỏ. Dây thừng treo vật nặng bên dưới, tạo ra thêm nhiều góc vuông nữa với hai cánh tay đòn của chữ thập. Các giám định viên cổ đại canh thẳng

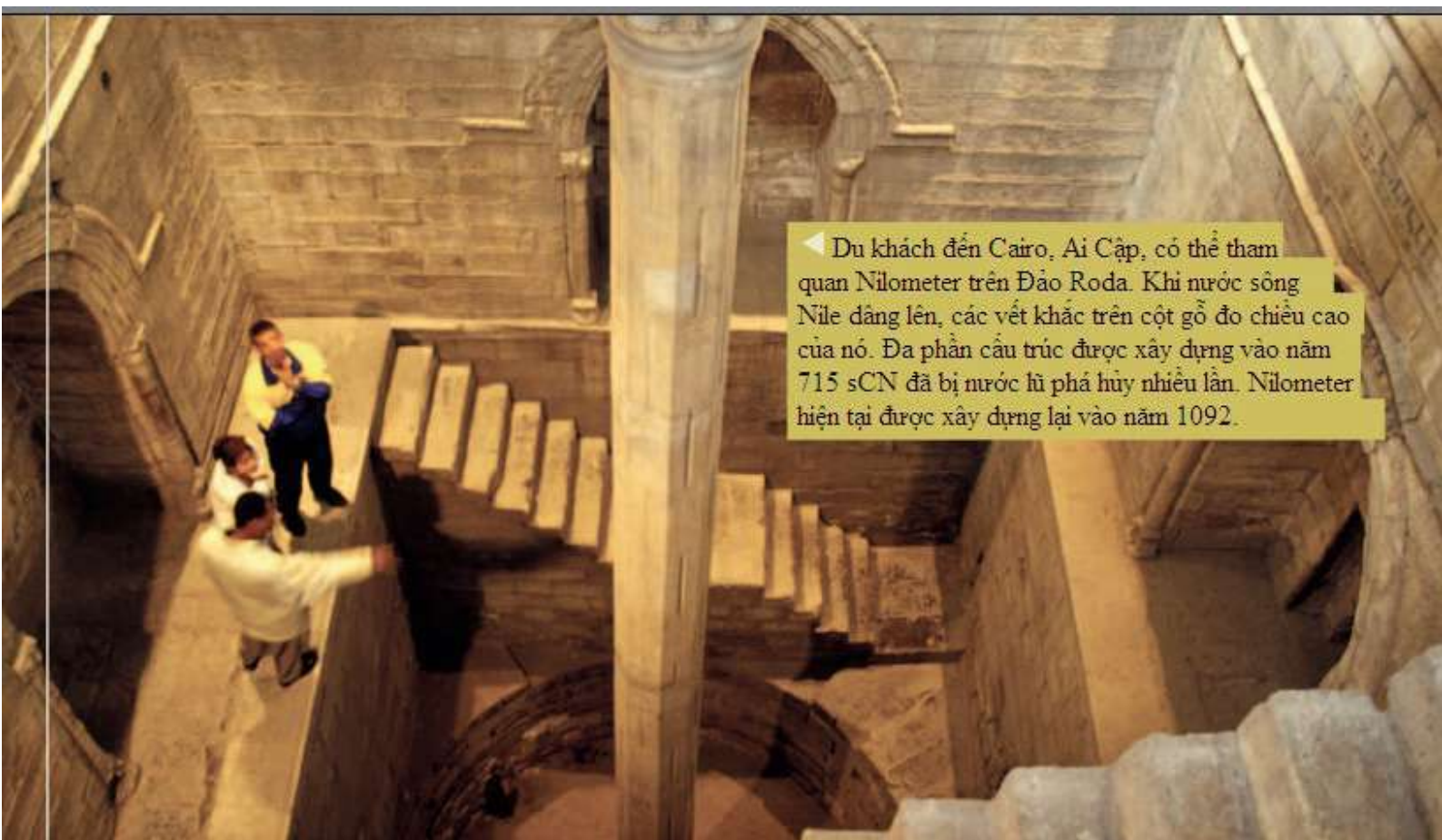


hai cánh tay đòn của groma và các dây thừng với tường và trần của công trình xây dựng. Groma giúp người thợ xây đảm bảo rằng các bức tường hợp với nhau những góc vuông hoàn hảo.

LŨ KẾ SÔNG NILE

Sự ngập lũ hàng năm của sông Nile là điều quan trọng đối với người nông dân Ai Cập. Quá ít nước lũ đồng nghĩa là thiếu nước tưới tiêu và mùa vụ thất bát. Quá nhiều nước lũ có thể gây thiệt hại cho mùa màng và thành thị. Khoảng năm 3000 tCN, người Ai Cập đã sáng tạo ra một dụng cụ tính toán nước lũ của sông Nile. Các nhà khảo cổ học gọi nó là Lũ kế sông Nile (Nilometer). Lũ kế sông Nile là những cột đá hoặc bậc đá dọc bờ sông Nile có đánh dấu các số đo. Chúng đo mực nước khi sông Nile dâng lũ.

Những nhà chép sách và thầy tế lưu giữ bản ghi nước lũ trong hàng thế kỉ. Năm này qua năm khác, họ so sánh mực nước đối với sản lượng hoa màu. Các nhà chép sách kết luận rằng mức nước khoảng 16 cubit – hay 8 m – là tốt nhất cho những mùa lúa mì và lúa mạch trọng yếu.



CẢI CÁCH THUẾ THỜI CỔ

Theo nhà sử học Hi Lạp cổ đại Herodotus, hình học đã được người ta phát minh ra vì mục đích tính thuế! Hình học là một dạng thức toán học dùng để tính diện tích của hình vuông, hình chữ nhật, và những chi tiết khác. Vào thế kỉ thứ 5 tCN, Herodotus đã viết về Sesostris, một pharaoh (nhà vua) Ai Cập từ khoảng năm 1400 tCN. Sesostris đã đề ra một luật thuế tính trên lượng đất đai mà mỗi người canh tác. Nhưng hàng năm, mỗi khi sông Nile dâng lũ, đất đai bị cuốn trôi theo dòng nước. Một số nông dân bị mất những mảnh lớn đất đai. Vì thế, vị pharaoh quy định những người nông dân bị mất đất có thể nộp thuế ít hơn. Các nhà chép sách đi đo lượng đất đai bị mất mát. Herodotus lí giải: “Từ thực tế này, tôi nghĩ, môn hình học xuất hiện đầu tiên ở Ai Cập, rồi nó được truyền sang Hi Lạp”.

Có lẽ Herodotus đã có một câu chuyện hợp lí, nhưng các nhà khoa học không tin như vậy. Một số tên tuổi, ngày tháng, và thực tế mà Herodotus sử dụng trong các tác phẩm của ông đơn giản là không đúng. Và các chuyên gia biết rằng không có pharaoh nào tên là Sesostris đề ra luật vào khoảng năm 1400 tCN. Cũng chẳng có vị pharaoh nào thuộc thời kì ấy phù hợp với câu chuyện của Herodotus. Nhưng cho dù câu chuyện đó có đúng hay không, nó vẫn chứng minh cho sự hữu ích của kĩ thuật trắc địa và tính toán trong xã hội Ai Cập cổ đại.

“Đối với những người Ai Cập phải tiến hành đo đạc [đất đai] do sự ngập lũ của sông Nile làm xóa mất ranh giới đất của từng người... Việc khám phá ra [hình học] lần những ngành khoa học khác được thúc đẩy từ lợi ích [mà chúng mang lại]”

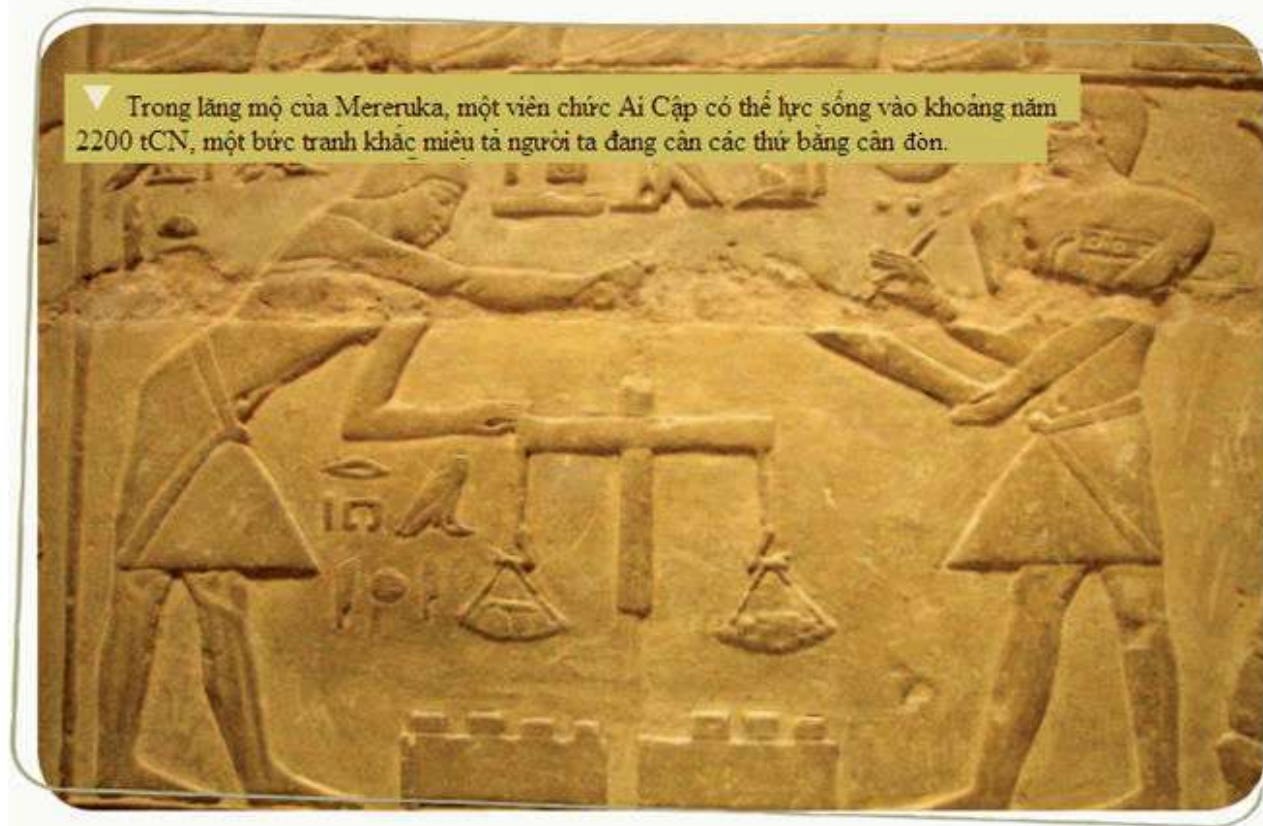
- Proclus Diadochus, nhà triết học Hi Lạp (410 – 485)

GRAIN

Đơn vị trọng lượng chính thức nhỏ nhất ở nước Mĩ và nước Anh là grain [tương đương 0,0648 gam]. Một grain hết sức nhỏ. Phải 437,5 grain mới bằng một ounce (28 gam) và 7.000 grain mới bằng 1 pound (0,45 kg).

Người Ai Cập cổ đại lần đầu tiên sử dụng đơn vị này hồi hàng nghìn năm về trước. Nó vốn bằng trọng lượng của một hạt lúa mì. Thương nhân buôn bán những lượng nhỏ hàng quý giá, như vàng, sẽ

đặt vài hạt lúa mì ở một bên của cân đòn. Họ đặt hàng hóa lên phía đĩa cân bên kia.



ĐỒNG HỒ BÓNG NẮNG, ĐỒNG HỒ MẶT TRỜI, VÀ ĐỒNG HỒ NƯỚC

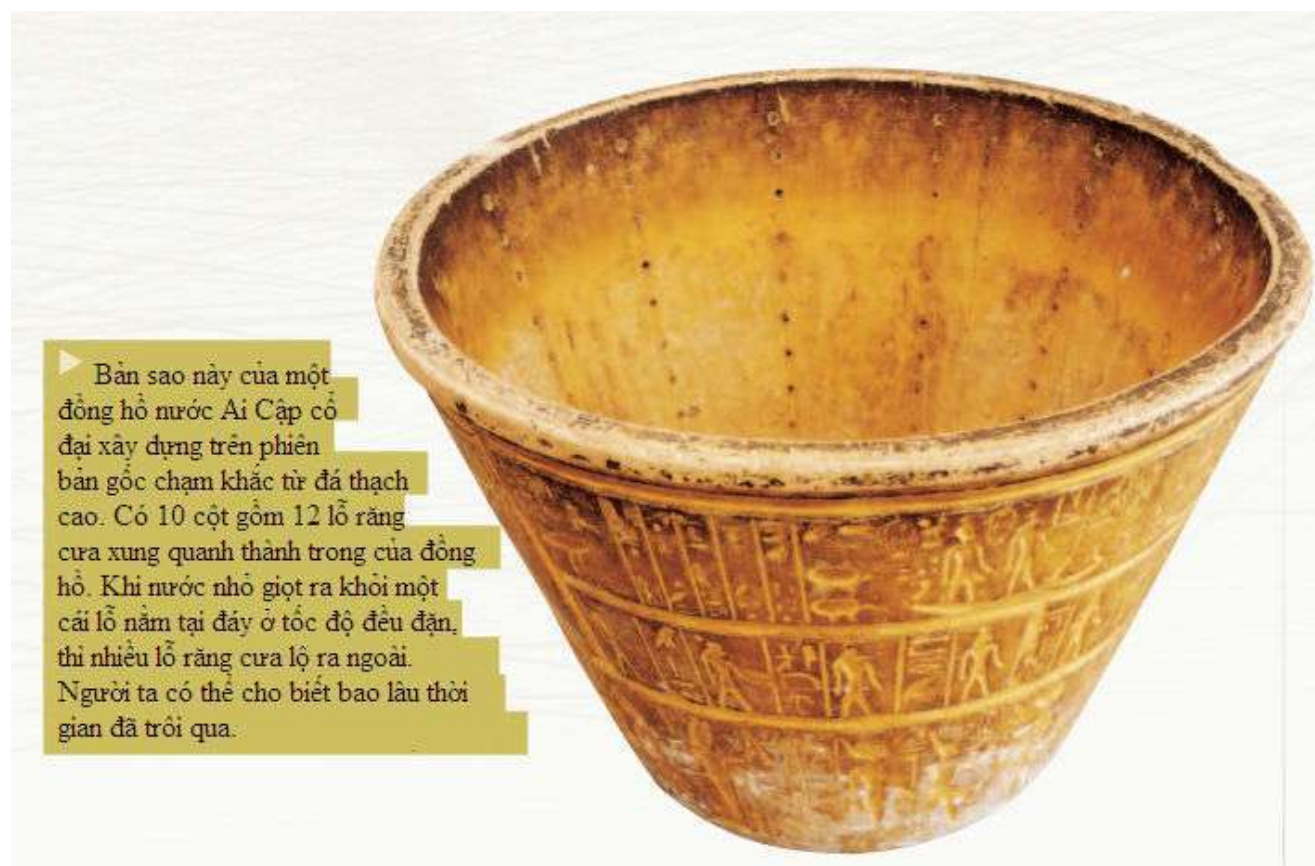
Giữ nhịp thời gian là điều quan trọng đối với người dân ở Ai Cập cổ đại. Các thầy tế và binh lính phải thực hiện những công việc nhất định vào những thời khắc nhất định. Nhà cai trị, quan phủ, và nhà chép sách phải theo dõi nhân công và thời gian làm việc của họ.

Giống như người Babylon, người Ai Cập chia ban ngày thành 12 phần bằng nhau. Người Ai Cập đã sử dụng đồng hồ từ năm 3500 tCN. Chiếc đồng hồ Ai Cập đầu tiên là một cột tháp cao, có bốn mặt. Nó tạo ra bóng nắng khi mặt trời di chuyển. Cái bóng ngắn dần vào buổi sáng khi Mặt trời lên cao trên bầu trời. Nó biến mất lúc giữa trưa với Mặt trời ngay trên đỉnh đầu. Cái bóng đó dài ra khi Mặt trời hạ dần xuống chân trời tây. Người ta ước tính thời gian dựa trên chiều dài của cái bóng.

Khoảng năm 1500 tCN, người Ai Cập đã chế tạo ra một đồng hồ mặt trời mới và cải tiến. Nó trông tựa như chữ *T* dựng trên mặt đất. Một nền đế dài, hẹp trải ra phía sau nó dọc trên đất. Các vạch

trên nền để đo đánh dấu các giờ. Người Ai Cập có thể cho biết giờ vào ban ngày bằng cách nhìn vào vạch kẻ mà cái bóng của thanh chạm tới. Sau này, họ sử dụng đồng hồ mặt trời có hình dạng nửa vòng tròn, giống như loại dùng ở Trung Đông cổ đại. Khi Mặt trời di chuyển trên bầu trời, một đồng hồ mặt trời sẽ đổ bóng trên các vạch tỏa ra từ tâm ở giữa. Những đồng hồ mặt trời sơ khai này đánh dấu 12 giờ ban ngày tròn năm như nhau. Nhưng ở Ai Cập, cũng như ở đa số những nơi khác, lượng ánh sáng ban ngày thay đổi theo mùa. Cho nên chiều dài của các giờ thật sự có thay đổi. Với công nghệ này, một giờ không phải là một số đo chuẩn của thời gian. Mỗi giờ sẽ dài hơn vào mùa hè và ngắn hơn vào mùa đông.

Cũng khoảng năm 1500 tCN, người Ai Cập đã chế tạo ra một loại đồng hồ khác. Nó là một *clepsydra*, hay đồng hồ nước. Cấu tạo của nó gồm một lọ đất sét có đánh dấu bên trong. Không giống như đồng hồ mặt trời, đồng hồ nước có thể đo thời gian vào ban đêm. Khi nước trong lọ chảy ra khỏi một cái lỗ nhỏ ở dưới đáy, mỗi lúc có nhiều vạch lộ ra ngoài hơn. Mỗi vạch lộ ra nghĩa là một đơn vị thời gian nữa đã trôi qua. *Clepsydra* phải được chế tạo rất chính xác để chúng đo thời gian như nhau. Nước phải chảy ra khỏi từng chiếc đồng hồ ở tốc độ như nhau.



MÙA HÈ TRONG THÁNG 12?

Năm dương lịch là thời gian Trái đất chuyển động một vòng xung quanh Mặt trời. Nó mất khoảng 365 ngày 5 giờ 48 phút 46 giây. Điều gì sẽ xảy ra nếu như lịch không khớp với năm dương lịch? Ngày lễ và các mùa sẽ dần dần bị xô dịch. Những tháng mùa hè cuối cùng sẽ rơi vào giữa mùa đông.

Những loại lịch cổ đầu tiên thật sự bị xô dịch như vậy. Chúng được lập theo năm âm lịch. Năm âm lịch được chia thành 12 tháng dựa trên các pha của Mặt trăng. Nó chỉ dài 354 ngày. Do sự chênh lệch giữa năm âm lịch và năm dương lịch, cho nên những quyển lịch đầu tiên không chính xác cho lắm. Chúng xô dịch 110 ngày – gần như 4 tháng – trong mỗi 10 năm.

Người Ai Cập là những người đầu tiên giải quyết được vấn đề đó. Họ sáng tạo ra một loại lịch dựa trên năm dương lịch. Lịch Ai Cập có 12 tháng, mỗi tháng có 30 ngày, với thêm 5 ngày bổ sung vào cuối mỗi năm. Vào năm 238 tCN, pharaoh Ptolemy III đã cải biên quyển lịch đó chính xác hơn nữa. Ông bổ sung thêm 1 ngày nữa trong mỗi 4 năm. Ngày đó là do sự chênh lệch gần 6 giờ (khoảng một phần tư ngày) giữa năm lịch và năm mặt trời. Một năm có thêm một ngày nữa là năm nhuận.

CHƯƠNG BỐN

ẤN ĐỘ CỔ ĐẠI

▲ Mohenjo-daro, được xây dựng khoảng năm 2600 tCN, là một trong những khu định cư lớn nhất thuộc nền văn minh Thung lũng Indus. Các tàn tích được phát hiện vào năm 1922, nằm trong một thành phố Pakistan ngày nay

Người dân ở Pakistan, Afghanistan, và vùng tây bắc Ấn Độ ngày nay đã sống định cư thành làng mạc vào khoảng năm 4000 tCN. Trong nghìn năm tiếp sau đó, một xã hội thịnh vượng đã phát triển ở đó. Chúng ta gọi đó là Nền văn minh Thung lũng Indus vì nó phát triển dọc theo thung lũng sông Indus.

Các nhà sử học không hề biết đến Nền văn minh Thung lũng Indus mãi cho đến thập niên 1920. Khi ấy, các nhà khảo cổ tìm thấy tàn tích của những công trình xây dựng cổ đại bằng gạch và bắt đầu khảo sát khu vực trên. Họ phát hiện ra thành phố Harappa vào năm 1921 và Mohenjo-daro vào năm 1922. Cuối cùng, các nhà khảo cổ đã vén màn di tích gồm hàng trăm thành phố và thị tứ.

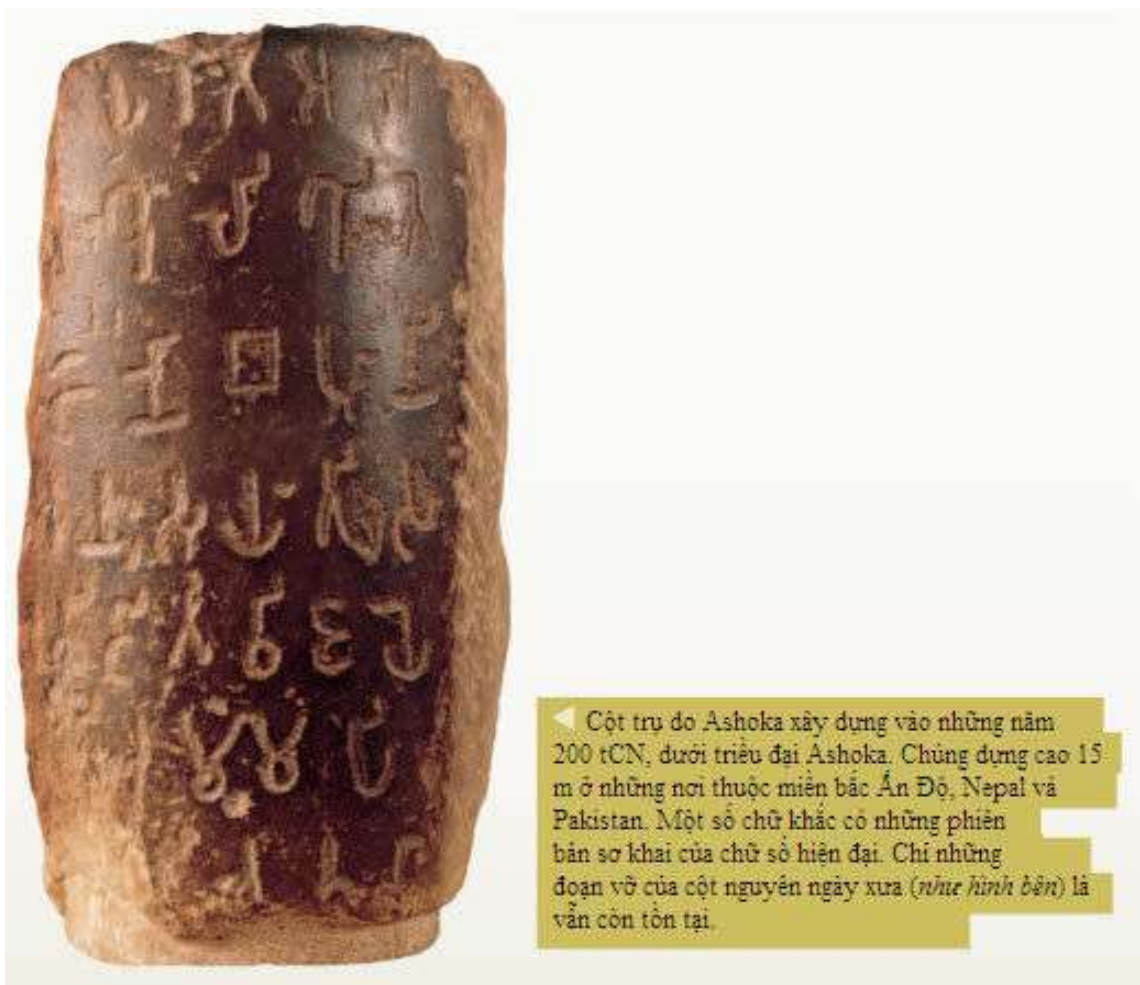
Bằng chứng cho thấy Nền văn minh Thung lũng Indus tồn tại từ năm 2500 đến 1500 tCN. Chúng ta vẫn không rõ nguyên do nền văn minh ấy bị đổ vỡ. Nhưng chúng ta biết người Ấn Độ cổ đại đã có một vài tiến bộ trong công nghệ tính toán. Sau này, những nhóm

người ở Ấn Độ còn thực hiện những phát triển quan trọng về tính toán.

CHỮ SỐ ARAB = CHỮ SỐ ẤN ĐỘ

Sự vinh danh dành cho những tiến bộ công nghệ chủ chốt đôi khi bị mất mát trong lịch sử. Đó chắc chắn là trường hợp xảy ra với những chữ số được sử dụng ở đa phần thế giới hiện đại. Chúng ta thường gọi chúng là chữ số Arab – nhưng thật ra thì người Ấn Độ cổ đại đã phát triển chúng.

Hệ thống số Ấn Độ cổ đại cho phép người ta viết ra bất kì con số nào, cho dù nó lớn bao nhiêu, với chỉ 10 kí tự: 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, và 9. Những phiên bản đầu tiên được biết tới của một vài chữ số thuộc hệ thống này xuất hiện trên những cột trụ xây dựng bởi Ashoka, một nhà vua Ấn Độ, vào khoảng năm 250 tCN. Sau đó, trong thế kỉ thứ nhất sCN, những phiên bản sơ khai của hệ thống số từ 1 đến 9 đã xuất hiện. Những chữ số sơ khai này đã được tìm thấy trên vách hang động ở Nasik, Ấn Độ. Chữ số 0 có lẽ đã được đưa vào sử dụng khoảng năm 600 sCN.



◀ Cột trụ do Ashoka xây dựng vào những năm 200 tCN, dưới triều đại Ashoka. Chúng dựng cao 15 m ở những nơi thuộc miền bắc Ấn Độ, Nepal và Pakistan. Một số chữ khắc có những phiên bản sơ khai của chữ số hiện đại. Chỉ những đoạn vỡ của cột nguyên ngày xưa (như hình bên) là vẫn còn tồn tại.

Người Trung Đông đã học được những con số khi giao thương với Ấn Độ. Họ sửa lại hệ thống ấy cho mục đích sử dụng của riêng họ. Vào năm 976, người châu Âu đã học hệ thống số trên từ Trung Đông. Người châu Âu không biết về nguồn gốc của những chữ số đó là ở Ấn Độ cổ đại, nên họ đặt tên cho chúng là chữ số Arab (một tộc người ở Trung Đông). Nhưng các nhà toán học hiện đại thì biết đến nguồn gốc Hindu, hay Ấn Độ của hệ thống trên. Từ thập niên 1920, hệ thống số trên còn được gọi là hệ Hindu-Arab.

SỰ THAY ĐỔI HÌNH DẠNG CỦA CÁC CHỮ SỐ HINDU-ARAB

Các chữ số Hindu-Arab mà chúng ta sử dụng ngày nay có xuất xứ từ những kí tự Ấn Độ cổ đại. Nhưng những kí tự hồi thế kỉ thứ nhất này từ 1 đến 9 đều trông hơi khác. Chúng là một phần của hệ thống chữ viết Brahmi. Kí tự cho 1, 2 và 3 đơn giản là những vạch ngang. Kí tự cho 6 và 7 lúc đầu trông tựa như dạng thức của chúng ngày nay. Nhưng chúng đã thay đổi theo năm tháng. Vào những năm 900, 1 là một vạch đứng thay cho một vạch ngang. Những người chép sách phải nối các nét ở chữ số 2 và 3. Vì thế, những kí tự này trông giống hệt như những kí tự hiện đại. Chính nhu cầu viết tắt đã ngăn những người chép sách nâng dụng cụ viết lên khỏi trang giấy. Những kí tự khác cũng đã thay đổi theo những kiểu tương tự. Và vào lúc này, kí tự cho số 0 đã được sử dụng.

Khoảng năm 1100, kiến thức về hệ số đếm Ấn Độ đã được lan rộng. Người dân ở những nơi khác thuộc châu Á và Bắc Phi bắt đầu sử dụng những chữ số đó. Những phiên bản khác nhau cho các kí tự đã được phát triển ở mỗi vùng. Đôi khi, các kí tự bị quay đi so với những phiên bản trước đó. Một số chữ số thay đổi qua một vài sai lệch nhỏ, thí dụ như độ nghiêng hoặc chiều dài của một nét nào đó.

Ở Đông Phi và Trung Đông, các chữ số đó cuối cùng đã trở thành chữ số trong hệ số Arab. Ở nơi khác thuộc châu Á, các kí tự đó đã phát triển thành những dạng thức hiện đại của chúng trong hệ thống số đếm Tây Tạng, Thái Lan, và Việt Nam. Các kí tự Ấn Độ cũng từ từ thay đổi ở Bắc Phi và Tây Ban Nha. Vào khoảng năm 1500, chúng đã trở thành những chữ số hiện đại mà chúng ta quen thuộc từ 0 đến 9.



SỨC MẠNH CỦA SỐ KHÔNG

Người dân Ấn Độ bắt đầu sử dụng hệ đếm thập phân vào những năm 500 sCN. Hệ thập phân xây dựng trên các bội của 10. Hệ thống số dùng ở nước Mĩ và đa số quốc gia khác là hệ thập phân. Trong vòng một hoặc hai thế kỉ, số 0 cũng đã xuất hiện trong hệ thống toán học Ấn Độ. Một ngôi đền Ấn Độ được xây dựng vào năm 876 có lưu giữ bản viết số 0 được biết đầu tiên sử dụng dưới dạng số, chứ không đơn thuần là một số phân cách nữa. Đây là một tiến bộ quan trọng trong sự tính toán. Số 0 là cần thiết đối với hệ đếm giá trị-vị trí, cho phép các con số có những giá trị khác nhau, tùy thuộc vào vị trí của chúng. Hãy nghĩ tới số 220. Mỗi số 2 có một giá trị khác nhau, tùy thuộc vào vị trí của nó trong con số. Số 2 thứ nhất là kí hiệu cho 200. Số 2 thứ hai là 20. Nếu không có số 0 ở bên phải, thì con số trên sẽ giống với 22.

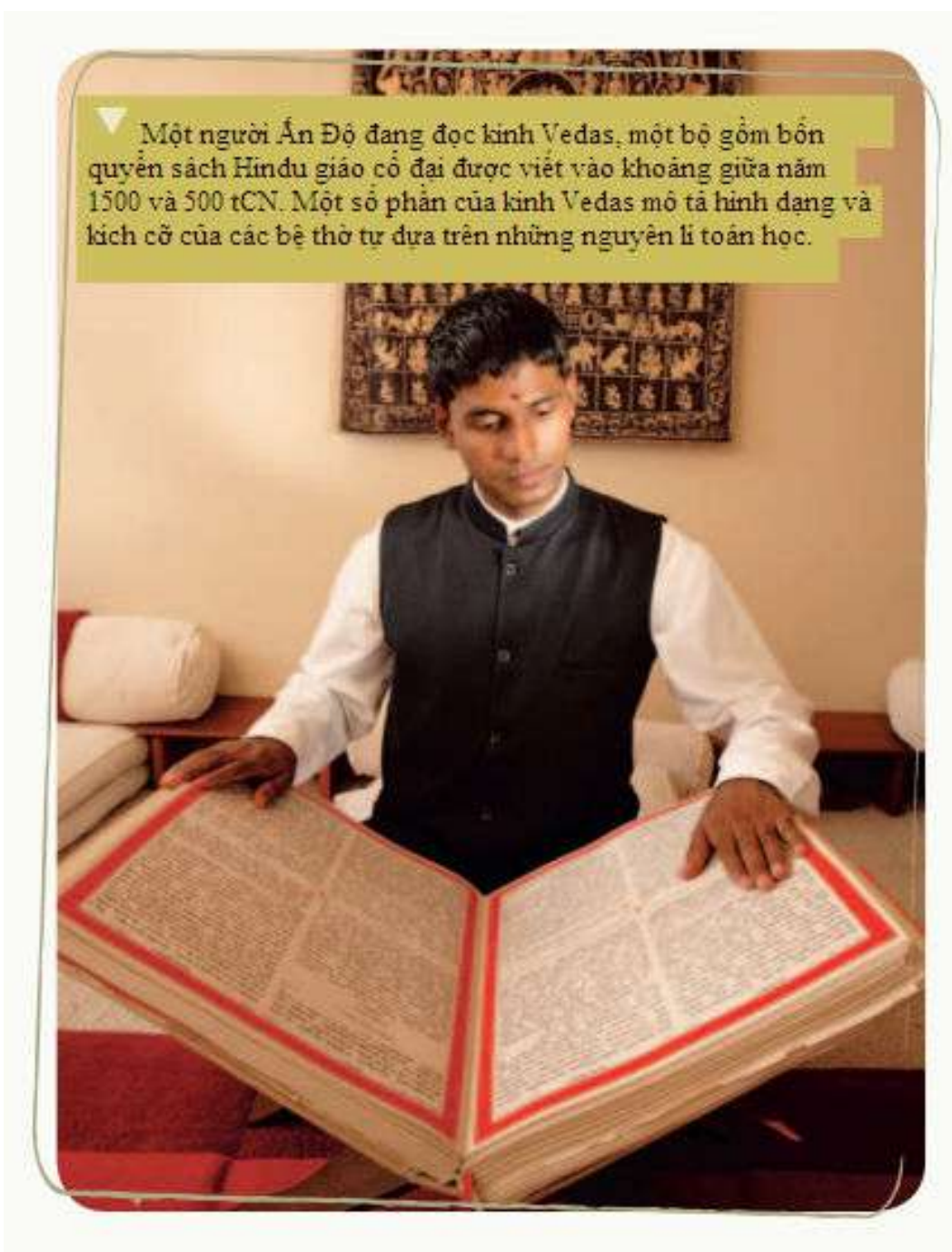
Hệ đếm giá trị-vị trí với số 0 thực hiện phép cộng, trừ, nhân và chia thật đơn giản. Người ta có thể viết số nọ dưới số kia theo cột và sắp thẳng hàng theo giá trị. Phép cộng và trừ trở nên thật dễ dàng. (Hãy thử cộng và trừ những con số lớn với những chữ số tượng hình Ai Cập để biết nó khó như thế nào so với hệ đếm giá trị-vị trí).

“Chính Ấn Độ đã mang lại cho chúng ta phương pháp khéo léo biểu diễn các con số bằng mười kí tự, mỗi kí tự nhận một vị trí cũng như một giá trị tuyệt đối;... và chúng ta sẽ hiểu rõ hơn tầm quan trọng của thành tựu này khi chúng ta nhớ rằng nó đã vượt khỏi trí tuệ của [các nhà toán học Hi Lạp] Archimedes và Apollonius, hai trong những thiên tài vĩ đại của thời cổ xưa”.

- Pierre-simon laplace (1749–1827), nhà toán học người Pháp

TOÁN HỌC VÀ TÔN GIÁO

Đạo Hindu, phát sinh đầu tiên ở Ấn Độ cổ đại, giữ một vai trò to lớn trong sự thúc đẩy toán học phát triển. Hồi ba nghìn năm về trước, các bệ thờ tự phải được xây dựng với hình dạng và kích cỡ chính xác. Một số phần của kinh Vedas, bộ sách thiêng liêng của Hindu giáo, có mô tả các quy tắc xây dựng các bệ thờ. Một bệ thờ phải có dạng hình tròn và có một diện tích nhất định. Bệ thờ tiếp theo phải là một hình vuông bằng diện tích với bệ thờ hình tròn. Những tập sách thiêng liêng trên giới thiệu những công thức xây dựng này.



Tại sao các bệ thờ tự lại phải có những yêu cầu này đối với kích cỡ và hình dạng của chúng? Một chủ đề chính của kinh sách Hindu là liên hệ bầu trời, Trái đất và sự sống. Các bệ thờ là một bộ phận quan trọng để thực hiện những liên hệ này. Ba hình dạng của bệ thờ tượng trưng cho Trái đất, khí quyển, hay không gian. Cùng với nhau, các bệ thờ biểu diễn cho vũ trụ. Số tảng đá hoặc viên gạch dùng để xây dựng chúng có liên quan với chiều dài của năm âm lịch và năm dương lịch.

Thông qua kinh Vedas và các quy tắc xây dựng bệ thờ, các nhà sử học nhận ra người Ấn Độ cổ đại đã hiểu biết nhiều về thiên văn học. Thật vậy, những số đo khác bên trong những ngọn đền Ấn Độ biểu diễn khoảng cách từ Mặt trời và Mặt trăng đến Trái đất.

CHA ĐỀ CỦA HÀM SIN

Thuật ngữ *lượng giác* phát sinh từ tiếng Hi Lạp có nghĩa là “số đo của tam giác”. Sáu hàm số, hay tỉ số, là cốt lõi của ngành toán học này. Chúng được dùng để xác định kích cỡ các cạnh và các góc của tam giác. Một trong sáu hàm số này có tên gọi là hàm sin.

Một nhà toán học Hindu cổ đại, Aryabhata, đã tính được bảng hàm sin đầu tiên. Những bảng này trình bày giá trị của hàm sin đối với những góc khác nhau. Các bảng đó giúp các nhà toán học thực hiện phép tính lượng giác một cách nhanh chóng mà không cần dùng lại để tính sin cho từng góc. Aryabhata trình bày các bảng đó trong tập sách của ông mang tựa đề *Aryabhatiyam*, được viết vào năm 499.

Ngoài lượng giác ra, tập sách trên còn có những quy tắc cho đại số, hình học và số học. Nó còn nêu giá trị chính xác nhất của số pi từng được tính đến trong thời kì ấy: 3,1416. Aryabhata còn đưa ra một phương pháp tính chiều dài một cạnh của hình lập phương với một thể tích đã biết. Chúng ta gọi phép tính này là căn bậc ba.

CHƯƠNG NĂM

TRUNG HOA CỔ ĐẠI

Người Trung Hoa cổ đại là những nhà toán học tiên tiến. Họ đã phát triển cơ sở cho hệ đếm thập phân và phát minh ra dụng cụ tính toán tự động đầu tiên, cái bàn tính. Có lẽ họ còn khám phá ra các ý tưởng hình học trước khi người Hi Lạp biến những ý tưởng đó thành nổi tiếng.

SỐ VẠCH VÀ BẢNG TÍNH

Theo tiến trình lịch sử, người Trung Quốc đã viết nhiều loại chữ số khác nhau. Từ năm 1500 tCN, những thầy tế cổ đại đã khắc một loại chữ số vào vỏ và xương động vật. Họ sử dụng những vật này trong những dịp tế lễ để nhìn thấu tới tương lai. Các câu khắc ghi lại số lượng động vật hiến tế, số lượng tù binh trong chiến tranh, số động vật săn được, và vân vân. Đây là những chữ số Trung Hoa sớm nhất được ghi nhận. Các nét thẳng và nét cong tạo nên kí tự cho các số từ 1 đến 9. Những số này kết hợp với các kí tự cho 10, 100, và 1.000 để tạo ra những con số lớn hơn.

Bắt đầu vào khoảng năm 400 tCN, các chữ số vạch đã được sử dụng trong hệ đếm giá trị-vị trí. Những chữ số này là những vạch ngắn. Các số từ 1 đến 5 được biểu diễn bằng một đến năm vạch. Những hình dạng chữ T được dùng để biểu diễn những số từ 6 đến 9. Chữ số ở bên phải biểu diễn cho hàng đơn vị, chữ số tiếp theo phía bên trái biểu diễn hàng chục, chữ số tiếp theo cho hàng trăm, và cứ thế.

▼ Khúc xương thỏ (tiên tri) này có từ năm 1500 tCN có khắc những kí tự Trung Hoa sớm nhất được biết, trong đó có những con số.



Những chữ số vạch có khả năng có nguồn gốc từ những que đếm. Người học trò và các học giả ở Trung Hoa cổ đại thực hiện các phép tính bằng que trên bảng tính. Bảng tính được làm bằng gỗ và được chia thành các cột hoặc ô vuông. Người ta sử dụng các que đếm màu đỏ và màu đen cho các số dương và số âm. Mỗi que đếm dài khoảng 10 cm. Một bộ đầy đủ gồm cả thảy 271 que.

Các que được đặt vào các ô của bảng đếm, với mỗi cột từ phải sang trái biểu diễn hàng đơn vị, hàng chục, hàng trăm, hàng nghìn, và vân vân. Các que không được đặt cẩn thận lên bảng sẽ gây ra sự lộn xộn. Vì thế, vào những năm 200 sCN, các số que đếm sử dụng các vạch đặt theo hướng xen kẽ. Chữ số hàng đơn vị, ở bên phải, các vạch đứng. Cột hàng chục thì sử dụng vạch ngang, rồi vạch đứng cho cột hàng trăm, và tiếp tục lặp lại như vậy. Một ô trống là biểu diễn số 0. Vào khoảng năm 700, khi người Ấn Độ bắt đầu sử dụng một kí tự cho số 0, việc sử dụng kí tự đó cũng được truyền bá vào Trung Quốc.

Người Trung Quốc đã sử dụng chữ số dạng que trong hệ đếm giá trị-vị trí. Những chữ số thẳng đứng biểu diễn từ 1 đến 9. Những chữ số nằm ngang trong cột tiếp theo biểu diễn 10, 20, 30 và vân vân. Hàng trăm, trong một cột khác, lại sử dụng chữ số đứng. Hướng xen kẽ của các chữ số cho phép người Trung Quốc viết chúng ở gần nhau mà không nhầm lẫn các cột.

Hindu-Arab	que đứng	que ngang
1		—
2		==
3		===
4		====
5		=====
6	⊥	⊥
7	⊥	⊥
8	⊥	⊥
9	⊥	⊥

cột nghìn	cột trăm	cột chục	cột đơn vị
6	3	5	8
		7	2
	9	0	1
4	3	4	3

CHỮ SỐ HINDU-ARAB

cột nghìn (ngang)	cột trăm (đứng)	cột chục (ngang)	cột đơn vị (đứng)
⊥		≡	⊥
		⊥	
	⊥		
≡		≡	

CHỮ SỐ QUE TRUNG QUỐC

CỬU CHƯƠNG

Jiuzhang Suanshu, hay *Cửu chương Thủ thuật Toán học*, là tác phẩm toán học Trung Hoa cổ đại nổi tiếng nhất. Nó ra đời vào khoảng giữa năm 200 tCN và năm 50 sCN. Tác phẩm cổ đại này

gồm 246 bài toán. Nó là một quyển sách giáo khoa cần thiết cho học trò học toán từ thế kỉ thứ 7 đến thế kỉ 12 sau Công nguyên.

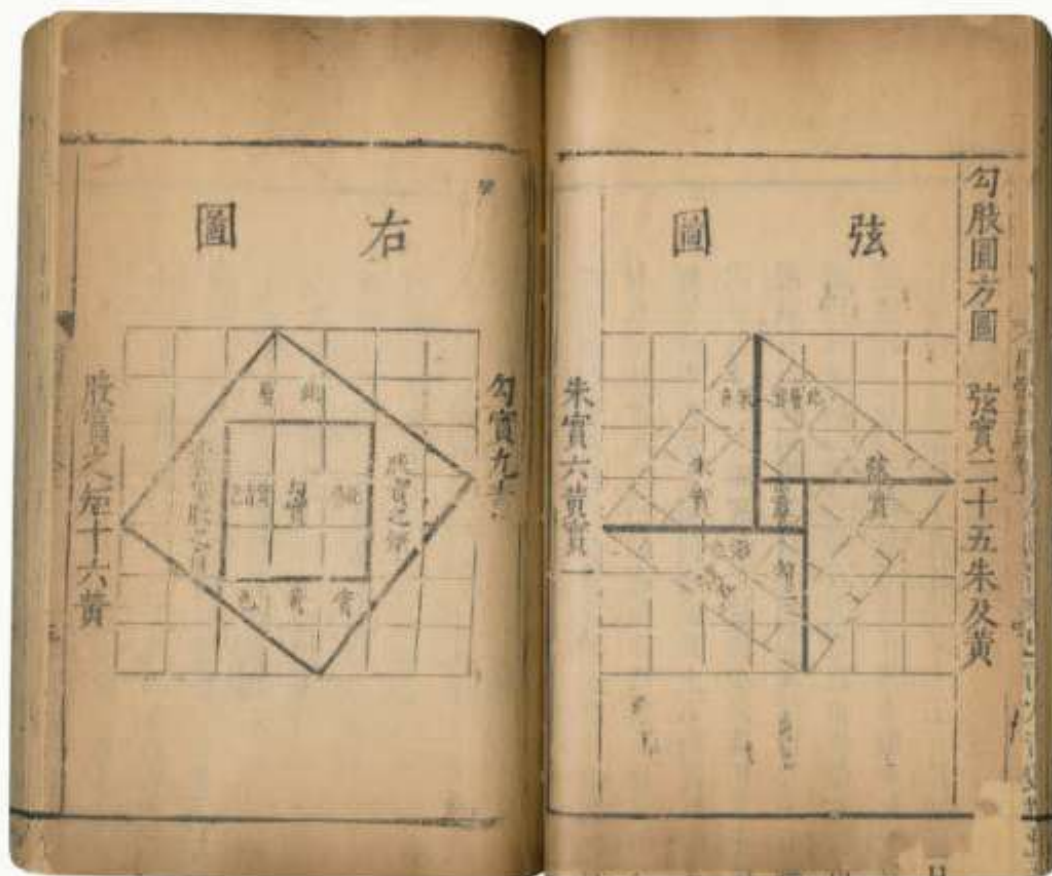
Các bài toán trong *Cửu chương* thể hiện tính đa dạng của những kĩ năng toán học mà người Trung Hoa đã đúc kết được. Bộ bài tập thứ nhất liên quan đến trắc địa. Một bộ bài toán khác yêu cầu học trò phải tìm tỉ lệ và tỉ lệ phần trăm cho sản phẩm buôn bán. Những bộ bài toán khác liên quan đến các vấn đề kĩ thuật, thuế, và tính toán chi phí. Nhiều bài toán trong *Cửu chương* đòi hỏi những phép tính phức tạp với các phân số.

THIÊN VĂN HỌC TRONG VĂN TỰ CỔ

Giống như những nền văn hóa cổ đại khác, người Trung Hoa cổ đại có hứng thú với sự chuyển động của Mặt trời, Mặt trăng, các vì sao, và những thiên thể khác. Họ thận trọng theo dõi những biến chuyển của bầu trời đêm. Ghi chép của người Trung Quốc về nhật thực và nguyệt thực có từ những năm 1200 tCN. Đó là một số trong những bản ghi nhật nguyệt thực cổ nhất hiện có.

Thiên văn học là tâm điểm của một văn tự Trung Hoa nổi tiếng. *Zhoubi Suanjing* là một trong “mười tác phẩm toán kinh điển”, cùng với *Cửu chương*. Văn tự trên ra đời vào khoảng giữa năm 100 tCN và năm 100 sCN, mặc dù người ta tin rằng chất liệu của nó có tuổi còn lớn hơn. Phần lớn tác phẩm trên tập trung vào việc đo đạc vị trí và sự chuyển động của các vật thể trên bầu trời với một cột đồng hồ mặt trời. Tựa đề của nó có nghĩa là “Hướng dẫn đo bóng đời Chu”.

Một phần khác của tài liệu trên nói về chiều dài cạnh và diện tích của tam giác vuông. Trong nhiều năm, văn tự này đã được tôn vinh là đã chứng minh chiều dài các cạnh của một tam giác vuông liên hệ với nhau như thế nào. Trong hình học, công thức này được gọi là định lí Pythagoras. (Một định lí là một phát biểu đã được chứng minh) Nó mang tên nhà triết học Hi Lạp cổ đại Pythagoras. Nhưng chất liệu của tập sách này được cho là có tuổi lớn hơn Pythagoras. Vậy định lí Pythagoras thật ra là một khám phá của người Trung Quốc hay sao? Các học giả hiện đại không dám chắc. Có khả năng văn tự trên đã bị dịch sai bởi những nhà dịch thuật hoặc theo năm tháng những nhà toán học khác đã bổ sung thêm phần bình chú.



Các trang sách *Zhoubi Suanjing*, được viết vào khoảng năm 100 tCN - 100 sCN, minh họa định lý Pythagoras trong tam giác. Bản sao này của tập sách được in lại từ nguyên bản Trung Hoa vào năm 1603.

TÍNH SỐ PI

Một số nhà toán học Trung Hoa đã tìm thấy những giá trị chính xác hết sức ấn tượng của số pi. Vào năm 264, Liu Hui đã sử dụng một đa giác (một hình khép kín với bất kì số cạnh thẳng nào) để phỏng lại hình dạng của một vòng tròn lớn. Đa giác của ông có 3.072 cạnh. Ông biết làm thế nào tìm ra chu vi và bán kính của hình đó, nên ông có thể giải tìm ra pi. Ông tìm được pi bằng 3,14159. Giá trị đúng của số pi có phần thập phân vô hạn, nhưng khi làm tròn đến năm chữ số thập phân, thì giá trị này là cực kì chính xác.

Hai nhà toán học cha con còn tìm ra một giá trị chính xác hơn nữa vào khoảng năm 480. Tsu Ch'ung-Chih và Tsu Keng-Chih tìm được giá trị của pi vào khoảng $355 \div 113$. Giá trị đó bằng 3,1415929203 khi làm tròn đến mười chữ số thập phân. Nó vẫn là giá trị chính xác nhất của số pi trong khoảng 1200 năm trời.

▼ Bản đồ sao Trung Hoa cổ đại này thể hiện một số ngôi sao và chòm sao nhìn thấy trên bầu trời đêm. Các chuyên gia cho rằng bản đồ này có niên đại vào những năm 600.



NHỮNG BẢN ĐỒ SAO ĐẦU TIÊN

Các nhà thiên văn học ở Trung Hoa cổ đại đã sáng tạo ra những bản đồ sao được biết đầu tiên. Một trong những bản đồ này đã được phát hiện ra hồi đầu những năm 1900. Nó nằm trong mớ hàng nghìn văn tự cổ trong một hang động ở Dunhuang, miền bắc Trung Quốc. Tám bản đồ dài 2 m và nó thể hiện 1.339 ngôi sao với màu mực đỏ, đen và trắng. Hình dạng quen thuộc của chòm Gấu Lớn và chòm Thiên Lang dễ dàng được nhận ra.

Hồi năm 1959, các chuyên gia đã khảo sát tám bản đồ trên và xác định nó có niên đại khoảng năm 940. Tuy nhiên, vào năm 2009, các chuyên gia tại Bảo tàng Anh ở Anh quốc đã khảo sát lại tám bản đồ trên trước khi đưa nó ra trưng bày. Họ nhận thấy nó đã được tạo ra trước đó nửa hàng trăm năm, có lẽ khoảng giữa năm 649 và 684. Kết quả đó biến nó thành tám bản đồ khoa học của bầu trời cổ nhất

trên thế giới. Thật vậy, do loại giấy sử dụng và thiếu tính toán, các chuyên gia tin rằng tấm bản đồ trên là một bản sao của một tác phẩm còn cổ xưa hơn nữa.

LỊCH TRUNG HOA

Nhiều loại lịch cổ đại thường xây dựng trên năm dương lịch hoặc năm âm lịch. Vì người Trung Hoa là những nhà thiên văn học tỉ mỉ như thế, nên họ muốn quyền lịch của họ phải thật khớp với chu kì của Mặt trời lẫn Mặt trăng. Từ thế kỉ thứ tư tCN, lịch Trung Quốc đã sử dụng tháng âm lịch gồm 29 hoặc 30 ngày. Một tháng nữa được thêm vào khi cần giúp cho lịch biểu khớp với năm dương lịch. Làm thế nào họ biết khi nào thì thêm vào một tháng nữa? Họ theo dõi góc của Mặt trời thật chính xác xuyên suốt trong năm. Họ có thể nói khi nào thì các tháng đi quá xa trước vị trí của Mặt trời trên bầu trời. Khi điều đó xảy ra, họ làm cái việc đơn giản là lặp lại một tháng. Sự lặp lại diễn ra khoảng ba năm một lần.

Loại lịch này vẫn được sử dụng để xác định ngày Tết Trung Hoa và những ngày lễ tiết khác. Tuy nhiên, trong công việc hàng ngày, người Trung Quốc thường sử dụng cùng loại lịch như những quốc gia khác.

MÁY VI TÍNH CỔ ĐẠI

Người Trung Quốc đã phát triển một trong những công cụ tính toán tồn tại lâu đời nhất trên thế giới – cái bàn tính. Những dạng sơ khai của bàn tính xuất hiện từ thời nhà Chu, khoảng năm 1122 đến 256 tCN. Nhưng một phiên bản sau đó đã tỏ ra hữu dụng hơn, biến bàn tính thành một công cụ thông dụng hơn. Nó được sử dụng rộng



Một quyền âm lịch Trung Quốc từ năm 1895

rãi ở Trung Quốc vào khoảng năm 1200. Thật ra, nó vẫn còn là một công cụ tính toán phổ biến ở một số nơi thuộc châu Á.

Bàn tính có thể được xem là chiếc máy vi tính đầu tiên của thế giới. Nó được dùng để cộng, trừ, nhân và chia. Với bàn tính, người ta có thể thực hiện những phép tính này nhanh hơn nhiều so với cái họ có thể thực hiện với các bảng đếm hoặc số viết ra trên giấy.

Bàn tính gồm một cái khung hình chữ nhật chia làm hai phần. Các hạt trượt lên xuống theo một dãy thanh đứng ở mỗi phần. Làm tính với bàn tính thật đơn giản. Với dụng cụ đặt trên bàn, người sử dụng di chuyển và đếm các hạt. Một hạt được “đếm” khi nó được chuyển về phía thanh ngang phân chia hai tầng. Tầng trên có hai hạt ở mỗi thanh. Từng hạt đó có giá trị là 5. Tầng dưới có năm hạt trên mỗi thanh. Từng hạt đó có giá trị là 1.



▲ Cái bàn tính của Trung Quốc sử dụng năm hạt trên một thanh ở tầng dưới và hai hạt trên một thanh ở tầng trên. Bàn tính ở những nước khác thì sử dụng những kết hợp khác, thí dụ như bốn và một, hoặc mười hạt trên một thanh và không có thanh chia ngang.

“Trong số mọi thiết bị tính toán thời cổ đại, cái bàn tính của người Trung Quốc là dụng cụ duy nhất mang lại một phương tiện đơn giản để thực hiện mọi phép tính số học; người xem phương Tây (Mĩ và châu Âu) thường ngạc nhiên trước tốc độ và [sự thanh thoát] mà ngay cả những phép tính số học phức tạp có thể được thực hiện”.

- Georges Ifrah, nhà lịch sử toán học người Pháp, 2001

Mỗi thanh đứng biểu diễn một giá trị vị trí – hàng đơn vị, hàng chục, hàng trăm, hàng nghìn, vân vân. Để thể hiện số 4321 trên bàn tính, người sử dụng di chuyển một hạt ở thanh phải dưới về phía thanh chắn, hai hạt ở thanh tiếp theo, ba hạt ở thanh thứ ba, và bốn hạt ở thanh tiếp theo đó nữa.

Khi năm hạt ở trên một thanh đã được đếm, người sử dụng “mang” con số đó lên tầng trên, di chuyển một trong những hạt tầng trên đến thanh chắn và cả năm hạt phía dưới ra khỏi thanh chắn. Khi cả hai hạt trên một thanh tầng trên đã được đếm, người sử dụng mang con số đó sang thanh tiếp theo ở phía bên trái bằng cách di chuyển một trong những hạt tầng dưới về phía thanh chắn.

CHƯƠNG SÁU

CHÂU MỸ CỔ ĐẠI



▲ Người Maya cổ đại đã xây dựng thành phố Tikal ở Guatemala vào khoảng năm 200. Nó vẫn là trung tâm tín ngưỡng và chính trị của người Maya cho đến những năm 900.

Trong khi những nền văn hóa ở châu Âu, châu Phi và châu Á phát triển thịnh vượng, thì ở Bắc Mỹ và Nam Mỹ cũng thế. Trong hàng nghìn năm trời, những nền văn minh và đế chế ở châu Mỹ đã phát triển và rồi sụp đổ. Họ không thể chia sẻ thông tin với những nhóm người khác do ngăn cách đại dương. Vì thế, họ đã sáng tạo ra những hệ thống của riêng mình. Một số tộc người châu Mỹ cổ đại đã có những tiến bộ đáng kể trong công nghệ tính toán – mặc dù họ không biết đến những khám phá đã xảy ra ở nửa phần còn lại của thế giới.

Người Maya, sinh sống ở Mexico và Trung Mỹ ngày nay, bắt đầu định cư thành những làng nông nghiệp từ trước năm 1200 tCN. Cuối cùng thì những thành phố và thị tứ Maya đã trải rộng từ nam Mexico xuống những quốc gia Honduras, Guatemala, El Salvador, và Belize ngày nay. Nền văn hóa ấy phát triển thịnh vượng từ khoảng năm 200 đến 900 sCN.

Công nghệ tính toán Maya bao gồm một hệ số, toán học, và một bộ lịch chính xác. Nhìn ở phương diện nào đó, sự tính toán kiểu Maya mang tính tiến bộ hơn so với những phép toán tương tự sử dụng cùng thời đại ở châu Âu, châu Á và châu Phi. Đặc biệt, toán học Maya có khái niệm số không, cái không được sử dụng rộng rãi ở những phần khác của thế giới mãi cho đến tận sau này.

ĐẾM THEO 20

Đa số xã hội hiện đại sử dụng hệ đếm thập phân, trên cơ sở 10. Các giá trị vị trí tăng theo lũy thừa của 10: 1, 10, 100, 1.000, 10.000, 100.000, 1.000.000 và vân vân. Tuy nhiên, người Maya sử dụng một hệ đếm trên cơ sở 20. (Đây được gọi là hệ đếm nhị thập phân) Trong hệ đếm Maya, các giá trị vị trí tăng theo lũy thừa của 20: 1, 20, 400, 8.000, 160.000. Để xây dựng số 62, người Maya dùng ba chục 20 và hai đơn vị, thay vì sáu chục 10 và hai đơn vị giống như người châu Mỹ ngày nay. Chúng ta không rõ vì sao người Maya lại sử dụng hệ đếm cơ sở 20 – có lẽ vì người ta có tổng cộng 20 ngón tay và ngón chân chẳng.

▼ Trang này trích từ Sách chép tay Dresden thể hiện nhiều chữ số Maya. Sách chép tay Dresden, viết vào khoảng năm 1100, là một tài liệu biên soạn gồm các niên giám Maya trước đó và các thông tin thiên văn và tín ngưỡng.





▲ Cận cảnh một trang từ Sách chép tay Madrid, một văn tự Maya khác, thể hiện những chữ số Maya có từ thế kỉ 14 hoặc 15 sCN, tập sách có lẽ được thực hiện khi ấy.

Chữ số Maya gồm các chấm và vạch ngang. Một chấm biểu diễn số 1, và hai chấm biểu diễn số 2. Một vạch biểu diễn số 5, và hai vạch biểu diễn cho 10. Người Maya kết hợp các chấm và vạch để viết những con số lớn hơn. Một vạch và bốn chấm, chẳng hạn, là biểu diễn số 9. Hai vạch và hai chấm biểu diễn cho 12.

TIỀN PHONG DÙNG SỐ KHÔNG

Người Maya là một trong những tộc người sơ khai nhất sử dụng một kí tự cho số không làm kí hiệu phân cách. Có lẽ họ đã dùng nó vào khoảng những năm 300 sCN – từ lâu trước khi đa số các nền văn minh sử dụng một kí tự như vậy. Hệ đếm cơ số 20 của họ, bao gồm cả số không, đã đi vào sử dụng trong vài thế kỉ tiếp sau đó. Kí hiệu Maya cho số không là một oval nhỏ với một vài nét vạch ở bên trong.

Số không Maya ban đầu đơn thuần chỉ là kí tự phân cách, thí dụ để phân biệt số 26 với 206. Nhưng sau này nó còn được dùng làm một con số trong nền văn hóa Maya, tuy nhiên vẫn là hàng trăm năm trước khi người châu Âu tìm ra công dụng của nó.

SỐ VIẾT THEO CỘT

Hệ số đếm Maya phụ thuộc vào vị trí, giống hệt như hệ số giá trị-vị trí hiện đại của chúng ta. Những con số của chúng ta tăng giá trị từ phải sang trái, với hàng đơn vị ở phía ngoài cùng bên tay phải, hàng chục ở vị trí tiếp theo, rồi hàng trăm, và cứ thế. Nhưng trong hệ đếm Maya, các chữ số được viết từ dưới lên trên. Và vì người

Maya sử dụng hệ đếm cơ số 20, cho nên các giá trị tăng theo lũy thừa của 20: hàng đơn vị ở hàng dưới cùng, hàng hai chục ở phía trên chúng, rồi đến hàng 400, và cứ thế.

NHỮNG CON SỐ LINH THIÊNG

Người Maya tin rằng một số con số là linh thiêng, trong đó có 20, cơ sở cho hệ thống đếm Maya. Số 5 cũng thật đặc biệt, có lẽ vì mỗi bàn tay người có 5 ngón. Thế kỉ Maya có 52 năm, cho nên 52 cũng là số linh thiêng. Số 400 cũng thật đặc biệt – đó là số vị thần của bóng đêm. Số 13 là đặc biệt vì người Maya nghĩ bầu trời có 13 lớp.

LỊCH MAYA

Trong văn hóa Maya, một số ngày là may mắn, và một số ngày là xui xẻo. Ngày may mắn được chọn cho những hoạt động quan trọng như cưới hỏi, chiến đấu, gieo cấy và thu hoạch hoa màu. Người Maya cũng tổ chức nhiều ngày lễ tín ngưỡng, chúng phải được quan sát trên cùng ngày trong mỗi năm. Để dõi theo ngày may mắn và ngày lễ, người Maya cần một bộ lịch chính xác – một bộ lịch đồng bộ với năm mặt trời.

Người Maya sử dụng hai loại lịch. Lịch Tzolkin, hay lịch thánh, gồm 260 ngày. Các ngày được đặt theo tên các vị thần Maya mà họ tin là mang thời gian đi trên bầu trời. Lịch Tzokin được sử dụng cùng với Haab, một bộ lịch 365 ngày dựa theo năm mặt trời.

Lịch Maya khá phức tạp. Chúng được xây dựng trên sự chuyển động của Mặt trời, Mặt trăng và Kim tinh. Các nhà sử học không rõ cho lắm lịch Maya đã được phát triển như thế nào, nhưng chúng đã được đưa vào sử dụng vào thế kỉ thứ nhất sau Công nguyên. Lịch mặt trời của họ chính xác hơn mọi bộ lịch khác thuộc thế giới cổ đại.

Lịch đếm Dài. Người Maya đã tính ra cái họ xem là ngày khai sinh ra thế giới – ngày 11 tháng 8 năm 3113 tCN tính theo lịch hiện đại của chúng ta. Lịch đếm Dài ghi lại số ngày trôi qua tính từ thời điểm đó. Các chữ số Maya thể hiện ngày tháng Lịch đếm Dài trên Stela 29, một tượng đá tìm thấy ở thành phố cổ Tikal, Guatemala. Nó có từ năm 292 sau Công nguyên. Ngày tháng Lịch đếm Dài đó ghi 8.12.14.8.15 – có nghĩa là 1.243.615 ngày kể từ khi khai sinh ra thế giới Maya.

“Sự quan tâm tìm hiểu của người Maya trước chu kỳ của các thiên thể, đặc biệt là Mặt trời, Mặt trăng và Kim tinh, đã khiến họ tích lũy được một bộ sưu tập lớn những quan sát chính xác cao”.

- Luis F. Rodríguez, nhà thiên văn học, 1985



PHỤ NỮ MAYA VÀ TOÁN HỌC

Các nhà toán học giữ một địa vị quan trọng trong xã hội Maya. Họ giúp giữ lịch biểu, và họ dự đoán sự chuyển động của các thiên thể. Các nhà toán học còn thực hiện những phép tính kinh doanh, tính giá thành hàng hóa và đất đai, chẳng hạn.

Các nhà toán học được miêu tả trong tranh vẽ Maya đang viết một kí hiệu đặc biệt có một cuộn số. Nhà toán học đầu tiên được nhận ra đang viết trong tranh vẽ Maya là một người phụ nữ. Chúng ta không biết tên của bà và chẳng có chút thông tin nào về bà. Nhưng bà phải là một nhân vật rất quan trọng.

LỊCH AZTEC

Vài trăm năm sau khi nền văn minh Maya suy vong, Đế chế Aztec trở thành một lực lượng hùng mạnh ở Mexico và Trung Mỹ. Khoảng giữa những năm 1300 và 1500, nhóm người này đã chiếm hữu đất đai từ miền trung Mexico đến Guatemala, El Salvador, và Honduras. Thành phố Tenochtitlán, tại vị trí Mexico City ngày nay, là thủ phủ của đế chế trên.

Lịch Aztec tương tự như lịch Maya. Giống như người Maya, người Aztec đo thời gian theo ba cách khác nhau. Một bộ lịch linh thiêng 260 ngày dõ theo các vị thần Aztec chi phối ngày và tuần. Đây là lịch *tonalpohualli*. Một bộ lịch 365 ngày, *xiupohualli*, tính theo năm mặt trời. Nó dõ theo các mùa trong năm. Ngày bắt đầu của hai bộ lịch này chỉ khớp với nhau mỗi 52 năm một lần. Sự co dãn 18.980 ngày này, hay 52 năm, tạo nên bộ lịch Aztec thứ ba.

Năm 1790, công nhân sửa chữa quăng trường trung tâm Mexico City đã khai quật một tảng đá lớn, tròn, có điêu khắc, gọi là Đá Mặt trời. Họ tìm thấy nó trong đồng đồ nát của thành phố Tenochtitlán ngay bên dưới thành phố hiện đại. Người ta thường gọi nó là đá lịch. Nó có những dấu hiệu cho 20 ngày *tonalpohualli*. Nhưng nó không phải là một quyển lịch. Thay vào đó, có lẽ nó được dùng làm bệ thờ cúng tế nghi thức của người Aztec.



DÂY ĐẼM INCA

Inca ở Nam Mỹ là một xã hội phồn thịnh từ khoảng năm 1400 đến 1600. Định cư trong Dãy Andes, người Inca không hề tiếp xúc với những nền văn minh châu Âu hay châu Á cho đến khi người Tây Ban Nha xuất hiện vào những năm 1500. Nền văn hóa Inca phát triển mà không biết đến những tiến bộ đã diễn ra trong thời gian trước đó ở Trung Mỹ.

Người Inca được biết đến với những kì quan xây dựng ấn tượng của họ. Họ đã xây dựng Machu Picchu, một thành phố cổ trên một dãy núi dốc ở Peru. Họ không được biết tới với những tiến bộ toán học của mình. Nhưng giống như người Ai Cập, người Inca cần phải biết tính toán để giữ trật tự cho các dự án xây dựng và theo dõi

số nhân công, hàng nhu yếu phẩm và đất đai. Tuy nhiên, đa số các chuyên gia tin rằng người Inca không có hệ thống chữ viết. Thông tin có lẽ được lưu giữ qua phương thức truyền miệng. Vậy thì làm thế nào họ lưu trữ thông tin? Họ sử dụng cái quibu, một nhóm dây thắt gút, làm một dụng cụ đếm số thật phức tạp. Quibu giúp đếm số người trong cộng đồng, số vật nuôi của một nhà nào đó, ghi lại tô thuế, và nhiều thứ khác.

Quibu gồm một sợi dây ngang chính và những sợi dây thẳng đứng khác gắn vào nó. Những sợi dây khác có thể có những dây khác nữa gắn vào nó, giống như những nhánh nhỏ mọc ra từ một nhánh lớn của cái cây vậy. Người Inca ghi thông tin trên quibu bằng cách thắt nút trên từng sợi dây. Nút thắt có ba loại và ở những điểm khác nhau dọc theo sợi dây tượng trưng cho những giá trị vị trí khác nhau, thí dụ hàng trăm, hàng chục, hoặc hàng đơn vị. Người Inca dùng những sợi dây có màu khác nhau để nhận dạng cái đang được đếm. Thí dụ, màu này để đếm số lạc đà, còn màu kia để đếm số cừu. Sợi dây cuối cùng có thể cho biết tổng số khi số đếm của những sợi dây kia được cộng lại với nhau.

Với quá nhiều ý nghĩa được mã hóa trên màu sắc và nút thắt dây, cho nên cái quibu chẳng có ý nghĩa gì nhiều đối với những ai không biết cách “đọc” nó. Vì thế, những thành viên nhất định của xã hội Inca được phân công ghi nhớ và giải thích thông tin lưu trữ trên các quibu.



CHƯƠNG BẢY

HI LẠP CỔ ĐẠI

▲ Đền Patheron và những cấu trúc Hi Lạp cổ đại khác có từ những năm 400 tCN vẫn trụ vững trên Acropolis, ngọn đồi trông xuống thành phố Athens hiện đại.

Hi Lạp cổ đại là một nền văn minh hùng mạnh đã chiếm cứ phần lớn thế giới Địa Trung Hải và Trung Đông – từ Ai Cập đến biên giới của Ấn Độ. Người Hi Lạp đã sáng lập thành phố Alexandria ở Ai Cập. Nó đã trở thành một trung tâm tính toán và khoa học. Người Hi Lạp vay mượn một số công nghệ tính toán từ người Ai Cập, nhưng họ không chỉ thực hiện những cải tiến nhỏ không thôi. Thay vào đó, người Hi Lạp đã phát triển những lĩnh vực tính toán hoàn toàn mới. Họ đã đặt nền tảng cho toán học hiện đại.

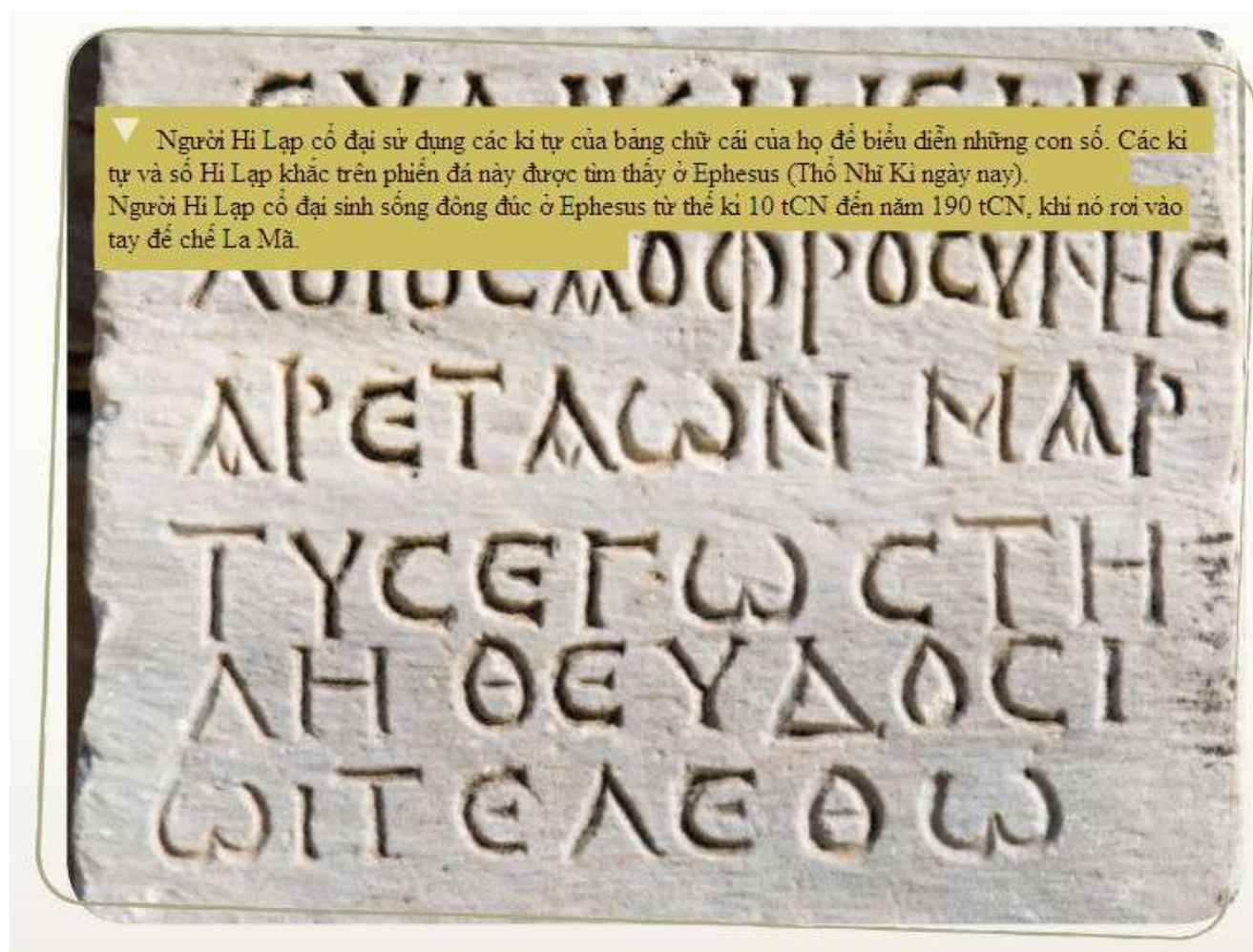
Với người Ai Cập, toán học là một công cụ thực tế dùng để tính thuế, tiến hành kinh doanh và xây dựng các công trình. Mặt khác, người Hi Lạp thì thán phục toán học vì sự logic của nó. Họ nghĩ nó là một cách để rèn luyện trí não.

Người Hi Lạp đã tách toán học thành hai phân ngành chính. Họ sử dụng toán học ứng dụng để giải những bài toán thực tiễn. Toán học lý thuyết nghiên cứu các đường, các số và điểm không tồn tại trong tự nhiên. Người Hi Lạp còn sử dụng toán học để chứng minh và bác bỏ những lý thuyết về thế giới tự nhiên.

CHỮ SỐ HI LẠP

Hãy tưởng tượng phải học thuộc 27 kí tự số thay vì 10 kí tự mà chúng ta sử dụng ngày nay. Đó là cái học trò ở Hi Lạp cổ đại phải học. Người Hi Lạp sử dụng 24 kí tự trong bảng chữ cái của họ để biểu diễn số. Khi đã dùng hết những kí tự của riêng họ, họ vay mượn thêm ba kí tự từ bảng chữ cái Phoenici, một bảng chữ cái cổ xưa hơn từ khu vực ngày nay là Lebanon, Syria, và Israel.

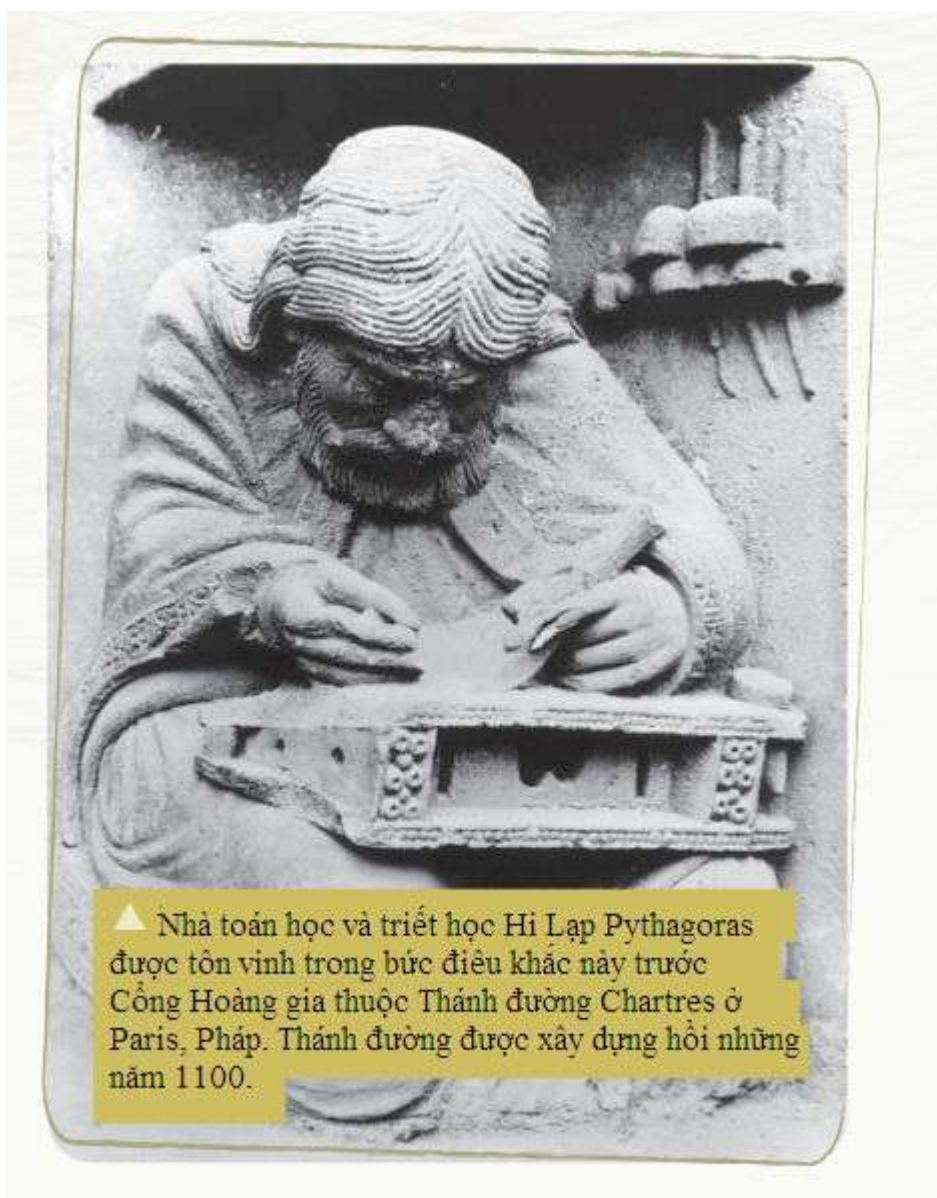
Chín kí tự Hi Lạp đầu tiên biểu diễn cho những số một chữ số, 1 đến 9. Chín kí tự tiếp theo biểu diễn các bội số của 10 – 10, 20, 30, vân vân cho đến 90. Chín kí tự cuối biểu diễn cho hàng trăm, lên đến 900. Một vạch đặt ở bên trái của một chữ số biểu diễn cho hàng nghìn. Kí tự M bên dưới là một chữ số biểu diễn cho hàng chục nghìn.



MỘT ĐỊNH LÍ NỔI TIẾNG

Nhà triết học Hi Lạp Pythagoras sống từ khoảng năm 580 đến 500 tCN. Pythagoras đã thành lập một trường dạy toán và triết học ở

Crotone, Italy ngày nay, khi đó là một phần của Hi Lạp. Học trò của ông được gọi là môn đồ Pythagoras.



Người ta biết tới Pythagoras nhiều nhất với việc sáng tạo ra một định lý về tam giác vuông. Đây là những tam giác có một góc vuông (90 độ). Cạnh đối diện với góc vuông gọi là cạnh huyền. Pythagoras phát hiện thấy chiều dài của cạnh huyền bình phương lên (nhân với chính nó) bằng tổng bình phương của hai cạnh kia của tam giác. Chúng ta thường phát biểu định lý Pythagoras là $a^2 = b^2 + c^2$. Trong phương trình này, a và b kí hiệu cho hai cạnh tạo nên góc vuông của tam giác, và c kí hiệu cho cạnh huyền.

Mặc dù Pythagoras được tôn vinh với định lý trên, nhưng người Babylon đã biết tới phương trình này trước Pythagoras những một nghìn năm. Người Babylon đã sử dụng phương trình trên khi đo

đặc đất đai và tính diện tích của những cánh đồng. Người Trung Quốc có thể cũng đã biết tới định lý trên.

MỘT ĐỊNH LÝ DẪN TỚI ĐỊNH LÝ KHÁC

Euclid, một nhà toán học Hi Lạp khác, dạy toán ở Alexandria. Ông nghiên cứu các số nguyên tố. Một số nguyên tố là số chỉ chia hết cho 1 và chính nó, thí dụ như 3, 7, hoặc 11. Euclid chứng minh rằng có một số vô hạn số nguyên tố.

Khoảng năm 300 tCN, Euclid đã hợp nhất nhiều lý thuyết về hình học, trong đó có nhiều lý thuyết từ nhiều nhà toán học quan trọng khác. Ông sử dụng định lý này để chứng minh định lý khác và lại dùng định lý đó để chứng minh định lý tiếp theo. Nhưng Euclid vướng phải một trở ngại. Nếu như mỗi định lý được chứng minh với một định lý hiện có, thì làm thế nào người ta có thể chứng minh định lý đầu tiên? Euclid giải quyết vấn đề đó bằng cách sử dụng các tiên đề - những phát biểu quá hiển nhiên nên việc chứng minh chúng là không cần thiết. Dưới đây là năm tiên đề (còn gọi là định đề) mà Euclid đã sử dụng:

1. Một đoạn thẳng có thể được vẽ để nối hai điểm bất kì.
2. Mọi đoạn thẳng có thể kéo dài để trở thành đường thẳng vô hạn.
3. Cho trước một đoạn thẳng bất kì, có thể vẽ một vòng tròn với một đầu đoạn thẳng là tâm của nó và đoạn thẳng đó là bán kính của nó (khoảng cách từ tâm đến ngoại vi của vòng tròn).
4. Mọi góc vuông đều bằng nhau, đo bằng 90 độ.
5. Cho hai đường thẳng giao với một đường thứ ba. Nếu những góc bên trong ở một phía của đường thứ ba cộng lại nhỏ hơn 180 độ, thì hai đường thẳng đầu cuối cùng sẽ cắt nhau ở phía đó. (Phát biểu này tương đương với cái gọi là tiên đề đường song song)

Với các tiên đề và định lý, Euclid đã tổ chức một hệ thống hình học gọi là hình học Euclid trong thời hiện đại. Euclid đã đưa hệ thống của ông vào một bộ sách 13 tập, *Các nguyên tố*. Nó được dùng làm quyển sách giáo khoa hình học căn bản trong hai nghìn năm trời. Các chương trình hình học trung học hiện đại vẫn xây dựng trên những tập đầu của bộ *Các nguyên tố*.

CHỨNG MINH CÁI HIỂN NHIÊN?

Mặc dù Euclid là một trong những nhà toán học vĩ đại nhất trong lịch sử, nhưng một số chuyên gia cho rằng các phần thuộc bộ *Các nguyên tố* thật ngớ ngẩn. Họ nói Euclid đã lãng phí thời gian đi chứng minh những khái niệm rõ ràng là hiển nhiên.

Chẳng hạn, trong một phần, Euclid chứng minh rằng không có cạnh nào của một tam giác dài hơn hai cạnh kia cộng lại. Ông vẽ một tam giác với các góc kí hiệu là A, B và C. Euclid giải thích rằng nếu một con la đối đứng tại điểm A và một kiện cò khô đặt tại điểm B, thì con la biết rằng lộ trình ngắn nhất đến kiện cò khô là đi thẳng từ điểm A đến điểm B, chứ không đi từ A đến C rồi sang B. Các môn đồ Epicure, học trò của một trường phái tư tưởng Hi Lạp khác, châm biếm rằng Euclid đã bỏ thời gian đi chứng minh cái hiển nhiên ngay cả với một con vật.



NHÀ TRƯỜNG TÍNH TOÁN CỔ ĐẠI

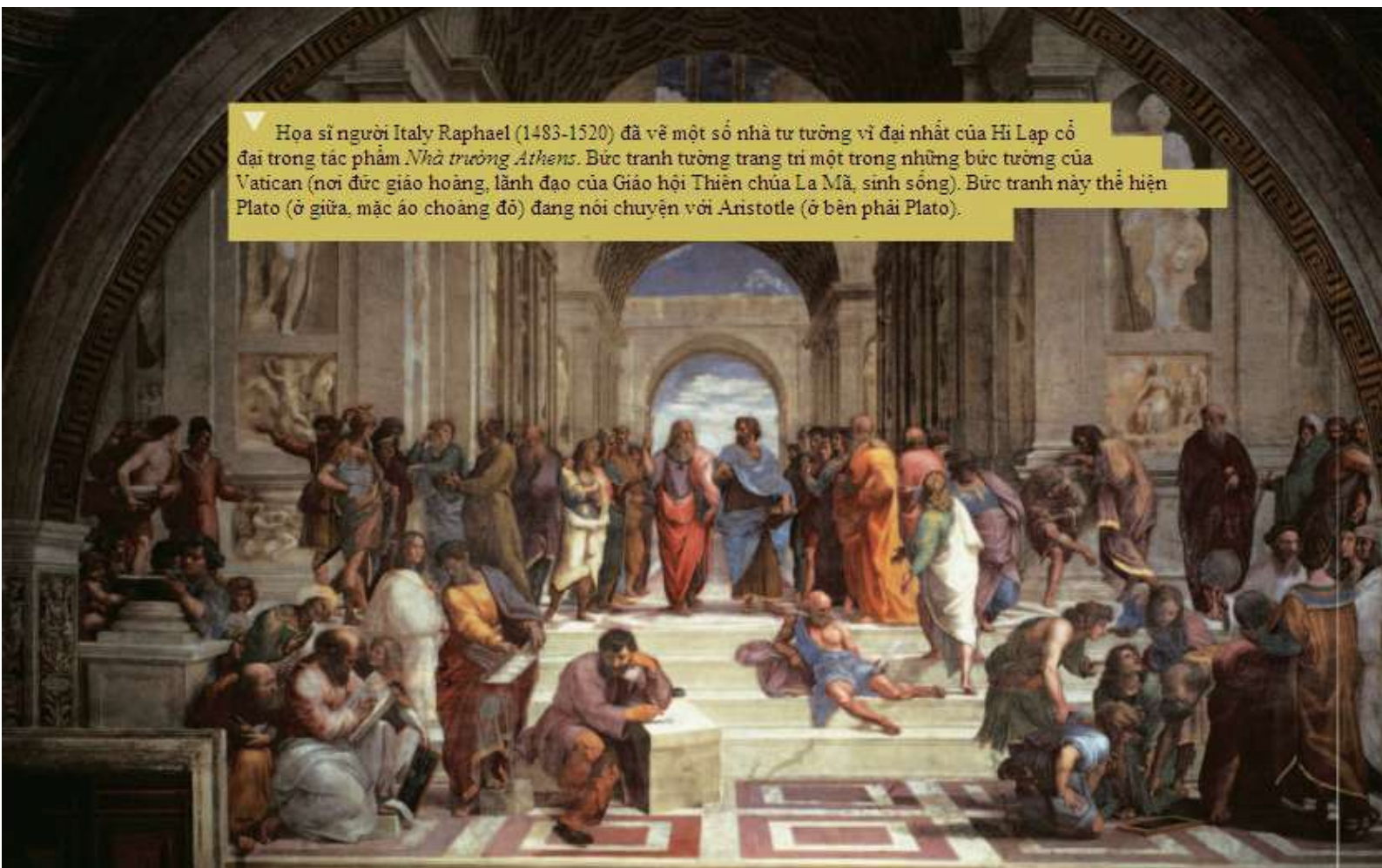
Nhà triết học Hi Lạp Plato tin rằng xã hội sẽ hưởng lợi nếu như mọi người được giáo dục đến cấp độ cao nhất có thể có. Nhà tư tưởng vĩ đại này sống từ khoảng năm 428 đến 347 tCN.

Hình học là kiến thức của cái vĩnh viễn hiện hữu.

- Plato, trong tác phẩm *Nền cộng hòa của Plato*,
khoảng 380 tCN

Plato không phải là nhà toán học, nhưng ông yêu thích toán học và khuyến khích mọi người nghiên cứu nó. Nhiều nhà toán học lớn đã đến với Viện hàn lâm của Plato, ngôi trường triết lý và khoa học, ở Athens. Phía trên ô cửa của trường, Plato cho đặt câu khẩu hiệu: “Không để kẻ ngu dốt hình học nào bước vào đây”.

Họa sĩ người Italy Raphael (1483-1520) đã vẽ một số nhà tư tưởng vĩ đại nhất của Hi Lạp cổ đại trong tác phẩm *Nhà trường Athens*. Bức tranh tường trang trí một trong những bức tường của Vatican (nơi đức giáo hoàng, lãnh đạo của Giáo hội Thiên chúa La Mã, sinh sống). Bức tranh này thể hiện Plato (ở giữa, mặc áo choàng đỏ) đang nói chuyện với Aristotle (ở bên phải Plato).



EUREKA!

Archimedes sống từ khoảng năm 287 đến 212 tCN. Ông là cố vấn khoa học cho Herio II, người thống trị thành phố Syracuse trên đảo Sicily, phía nam Italy. (Sicily khi đó là một phần của thế giới Hi Lạp) Nhà văn La Mã Vitruvius đã viết về một trong những khám phá của Archimedes – một câu chuyện đã trở thành huyền thoại. Câu chuyện kể rằng Herio đã yêu cầu Archimedes kiểm tra xem chiếc mũ miện mà ông vừa cho chế tạo dâng thần thánh được làm bằng vàng nguyên chất hay hỗn hợp của vàng và bạc. Người ta cho rằng Archimedes đã tìm ra câu trả lời trong khi đang ngồi trong bồn tắm. Ông đã nhảy ra khỏi bồn tắm và trần như nhộng chạy khắp các đường phố la toáng lên “Eureka! Eureka!” Đó là tiếng Hi Lạp có nghĩa là “Tôi đã tìm ra rồi”.

Theo câu chuyện trên, Archimedes nhận ra rằng một vật bằng vàng hoặc bằng bạc chìm trong nước sẽ chiếm chỗ, hay đẩy đi, lượng nước bằng với thể tích của nó. (Đây là vì vàng và bạc đậm đặc hơn nước và sẽ chìm, chứ không nổi) Vì vàng cân nặng hơn bạc, nên Archimedes biết rằng một cái mũ miện bằng vàng và bạc sẽ chiếm chỗ nước nhiều hơn so với một cái mũ miện làm bằng vàng nguyên chất có cùng trọng lượng. Cái mũ miện làm bằng vàng và bạc sẽ cồng kềnh hơn do lượng bạc cần thiết thêm vào để cho nó có cùng trọng lượng.

Archimedes thả những vật bằng vàng nguyên chất và bạc nguyên chất vào nước để đo sự thể chỗ. Sau đó, ông thả cái mũ miện vào. Thì ra nó chiếm chỗ của nước nhiều hơn vật bằng vàng nguyên chất. Archimedes kết luận rằng cái mũ miện của nhà vua không được làm bằng vàng nguyên chất.

Các nhà toán học hiện đại từ thời nhà thiên văn học người Italy Galileo, hồi những năm 1600, đã nghi ngờ câu chuyện trên. Họ nói phương pháp này không mang lại một phép đo chính xác cho lắm. Và họ nghi ngờ việc Archimedes đã đo vàng trong cái mũ miện với một phương pháp không chính xác, vì ông là người thông minh. Tuy nhiên, có lẽ Archimedes thật sự đang ở trong bồn tắm khi ông khám phá ra nguyên lý toán học sử dụng trong câu chuyện trên.

NHÀ TOÁN HỌC VĨ ĐẠI NHẤT?

Một số nhà sử học nghĩ rằng Archimedes là thiên tài toán học vĩ đại nhất của thế giới cổ đại. Ông đã sử dụng toán học trong thiết kế máy móc và thực hiện những tiến bộ lớn trong công nghệ tính toán. Thí dụ, khoảng năm 240 tCN, Archimedes đã tính ra một giá trị mới cho pi chính xác hơn nhiều so với những giá trị số trước đó. Sử dụng một công thức số học, ông tìm ra chu vi của một hình 96 cạnh ngoại tiếp bên trong một đường tròn. Sau đó, ông sử dụng công thức trên tính chu vi của một hình khác nội tiếp trong đường tròn. Archimedes biết chu vi của vòng tròn nằm giữa hai con số đó. Ông là người đầu tiên tính ra số pi theo kiểu như thế này thay vì tiến hành những phép đo thực tế. Phương pháp này, gọi là phương pháp vét kiệt, cho ông những kết quả tốt hơn. Ông tìm thấy pi vào giữa $3\frac{1}{7}$ (khoảng 3,1429) và $3\frac{10}{71}$ (khoảng 3,1408). Các nhà toán học đã sử dụng giá trị số của ông trong hàng thế kỉ.



▲ Họa sĩ và nhà phát minh người Italy Leonardo da Vinci (1452-1519) được truyền cảm hứng bởi công trình của Archimedes với những xoắn ốc. Đây là những ghi chú của da Vinci và hình vẽ một cái ốc xoắn mà Archimedes đã mô tả hồi thế kỉ thứ ba tCN.

Archimedes nghiên cứu các xoắn ốc và tìm ra những tính chất như diện tích bề mặt quét bởi từng vòng của xoắn ốc. Trong nghiên cứu của ông về xoắn ốc, Archimedes đã phát triển những kỹ thuật toán học đặc biệt. Hàng thế kỷ sau này, chúng là cơ sở cho một lĩnh vực toán học gọi là phép tính tích phân.

Archimedes còn nghiên cứu tính chất của hình cầu và hình trụ. Ông viết về những khám phá của mình trong những tập sách như *Về xoắn ốc*, *Về vật nổi*, *Về phép đo đường tròn*, và *Về hình cầu và hình trụ*.

Trong một trong những tác phẩm cuối đời mình, *Bàn tính cát*, Archimedes tính xem cần bao nhiêu hạt cát để lấp đầy vũ trụ. Ông đi tới một con số 8 theo sau là 63 số 0. Để tìm ra con số này, Archimedes đã phát triển một hệ tính toán với những con số rất lớn. Nó là cơ sở cho kí hiệu khoa học, một cách viết những con số rất lớn – và rất nhỏ. Theo kí hiệu khoa học, 894.000.000 sẽ được viết là $8,94 \times 10^8$, trong đó 10^8 là số 1 và 8 số 0 theo sau.

CHA ĐẼ CỦA ĐẠI SỐ

Diophantus là nhà toán học sống ở Alexandria vào khoảng năm 275 sCN. Diophantus được gọi là cha đẻ của đại số học. Ông đã nêu ra sử dụng các kí hiệu và phương trình (thí dụ $x + y = z$) trong toán học và viết bộ *Số học*, quyển sách đầu tiên trên thế giới về đại số, vào thế kỷ thứ ba sau Công nguyên.

Số học gồm 13 tập và có khoảng 130 bài toán. Nó được sử dụng trong hàng thế kỷ. Nó hỗ trợ các kĩ sư sử dụng đại số để đo đất đai và xây dựng đường xá và nhà cửa.

NGƯỜI CỎ ĐẠI HỌC TỪ NGƯỜI CỎ ĐẠI

Bạn có nhớ các nhà thiên văn Mesopotami đã sử dụng toán học như thế nào để nghiên cứu chuyển động của các thiên thể và dự đoán nhật nguyệt thực? Vào những năm 100 tCN, một nhà thiên văn học người Hi Lạp tên là Hipparchus cũng nghiên cứu các sự kiện thiên văn.

Hipparchus học về hệ đếm phút và giây theo 60 của người Mesopotami. Ông dùng nó để theo dõi vị trí của các thiên thể. Ông còn sử dụng lượng giác để nghiên cứu vị trí của Mặt trời cùng các

hành tinh, và có thể đo chính xác hơn chiều dài của một năm. Tính toán của ông đúng trong phạm vi sai số 6,5 phút.

NHỮNG CÁI ĐỒNG HỒ TỐT HƠN

Một kĩ sư người Hi Lạp tên là Ctesibius xứ Alexandria đã chế tạo một dạng sơ khai của cái đồng hồ cơ giới ngày nay của chúng ta vào thế kỉ thứ hai tCN. Nó là một cái đồng hồ nước – clepsydra. Nó tiến bộ hơn cái đồng hồ sử dụng ở Ai Cập cổ đại. Đồng hồ của Ctesibius gồm một vật nổi với một thanh đứng ở phía trên. Một cái tượng kiêu búp bê, với kim chỉ cầm trong tay, gắn với phía trên của thanh. Cái kim cho biết thời gian và ngày tháng bằng cách chỉ vào các vạch trên mặt đồng hồ. Vật nổi được đặt trong một bình chứa nước. Nó dâng lên khi nước đều đều nhỏ giọt vào bình chứa. Khi nước đạt tới mức đỉnh, nó chảy ra để bắt đầu trở lại, và vật nổi hạ xuống thấp. Cái kim cũng di chuyển theo.

Các đồng hồ nước Hi Lạp khác giàu trí tưởng tượng hơn. Kim của chúng được gắn với bánh răng chuyển động khi nước chảy vào đồng hồ. Chuyển động của bánh răng làm cho những viên đá mài nhẵn thả vào bình, hoặc những cái tượng nhỏ quay tròn, đánh dấu sự trôi qua của thời gian.

SỰ SUY TOÀN CỦA THÀNH ALEXANDRIA

Nhà toán học nữ đầu tiên được biết có tên gọi là Hypatia (hình). Bà sinh vào khoảng năm 370. Bà trở thành nhà lãnh đạo của một nhóm lớn gồm những nhà triết học và nhà toán học tại Alexandria, Ai Cập. Hypatia đã viết một số tác phẩm về toán học, bao gồm cả một tập sách về thiên văn học.

Một đám đông giận giữ đã ám sát Hypatia vào năm 415. Vì sao ư? Chẳng ai biết rõ cả. Một số nhà sử học tin rằng vì Hypatia quá nổi tiếng và đám người đó đố kị với bà. Những người khác thì cho rằng kẻ ám sát thuộc phe chống đối các nhà khoa học. Một số tin đồn Cơ đốc nói rằng các nhà khoa



▲ Bức tượng đất nung này của nhà toán học Hi Lạp Hypatia được chế tạo vào những năm 400.

học không tin vào Chúa. Đám đông có lẽ đã giết Hypatia vì nguyên do trên.

Nhiều nhà toán học và nhà khoa học đã rời khỏi Alexandria sau vụ ám sát Hypatia. Có lẽ họ sợ họ cũng sẽ bị giết. Trước vụ ám sát đó, Alexandria là trung tâm khoa học, y học, và học thuật của thế giới trong gần bảy trăm năm trời. Các nhà sử học sử dụng cái chết của Hypatia để đánh dấu sự kết thúc của Alexandria với vai trò là trung tâm học thuật toàn cầu.



THÁP ĐỒNG HỒ CỔ

Bạn có nghe nói tới Big Ben chưa? Nó là cái chuông nặng 12 tấn trong Tháp Đồng hồ của Tòa Thị chính London, nước Anh. Người ta đã dùng Big Ben để giữ nhịp thời gian kể từ năm 1859. Tháp Gió ở Athens cổ đại có những đồng hồ mặt trời khổng lồ. Chúng là Big Ben của thế giới cổ đại. Còn gọi là Horologium, Tháp Gió hiện nay vẫn trợ gan cùng tuế nguyệt. Nó là một tháp đá hoa cao 13m và ngang 8m.

Andronicus xứ Cyrrhus, một nhà thiên văn và nhà toán học người Hi Lạp, đã thiết kế tòa tháp vào khoảng năm 100 tCN. Nó có tám mặt, mỗi mặt có một đồng hồ mặt trời chỉ thời gian rất chính xác. Sử dụng hình học, Andronicus đã tính chính xác cái bóng sẽ rơi như thế nào lên trên bề mặt của những đồng hồ mặt trời. Để chỉ thời gian vào ban đêm và

những ngày nhiều mây, Andronicus thêm một đồng hồ nước vào bên trong tòa tháp.

MỘT MÁY VI TÍNH CỔ ĐẠI?

Năm 1901, những người thợ lặn bơi ngoài khơi đảo Antikythera, gần Hi Lạp, đã tìm thấy tàn dư của một dụng cụ cơ khác lạ. Nó thuộc về một chiếc tàu đã chìm hồi hai nghìn năm trước. Dụng cụ trên được người ta gọi là Máy cơ Antikythera.



▲ Đây là một trong những bánh răng của Máy cơ Antikythera, thiết bị trục vớt từ đáy biển hồi năm 1901. Dụng cụ trên, được chế tạo vào thế kỉ thứ hai tCN, là một chuỗi bánh răng bằng thiếc có thể dùng trong hàng hải.

Không ai biết dụng cụ trên là cái gì, mãi cho đến thập niên 1950, khi một nhà khoa học tại trường Đại học Yale, Derek de Solla Price, kết luận rằng nó là một chiếc máy vi tính cổ đại. Nó có ba mươi bánh răng, cùng các kim chỉ và mặt đồng hồ. Chiếc máy quay để tính sự mọc và lặn của Mặt trời và Mặt trăng và chuyển động của những ngôi sao quan trọng. Giáo sư de Solla Price nghĩ Máy cơ Antikythera có lẽ đã từng được trưng bày trong viện bảo tàng hoặc nơi công cộng để mọi người có thể nhìn vào nó và khai thác. Có lẽ, ông nói, nó đã từng được trưng bày trong Tháp Gió.

Vào năm 2005, các nhà khoa học người Hi Lạp và người Anh đã tiến hành những nghiên cứu mới về Máy cơ Antikythera với

công nghệ đỉnh cao. Họ đã sử dụng kỹ thuật chụp ảnh bề mặt, chụp ảnh tia X ba chiều, và chụp ảnh kỹ thuật số chi tiết để nhìn vào bên trong cỗ máy. Với dữ liệu mới này, họ đã khai phá những bộ phận bên trong nhỏ nhất của nó.

Công nghệ mới còn chụp ảnh của những chữ khắc quá mờ nhạt hoặc bị che ẩn đi nên người ta không thấy kể từ khi dụng cụ bị chìm cùng với con tàu. Những chữ khắc này làm sáng tỏ thêm về chức năng của dụng cụ. Chiếc máy vi tính cổ đại đó dự đoán nhật thực và còn theo dõi chu kỳ bốn năm của Thế vận hội Olympic thời cổ đại. Ngoài ra, mặt đồng hồ ở phía sau cỗ máy mang tên gọi 12 tháng của một bộ lịch cổ. Các tên gọi có xuất xứ ở Sicily. Các nhà khoa học cho rằng những tên gọi này có thể gắn kết Máy cơ Antikythera với nhà toán học nổi tiếng nhất của đảo Sicily, Archimedes.

Nhà thiết kế lỗi lạc ẩn sau cỗ máy tính cổ đại này chỉ là một trong nhiều bí ẩn còn tồn đọng. Không có ai phát triển một dụng cụ tính toán tiên tiến hơn Máy cơ Antikythera trong hơn một nghìn năm sau sự sáng tạo ra nó.

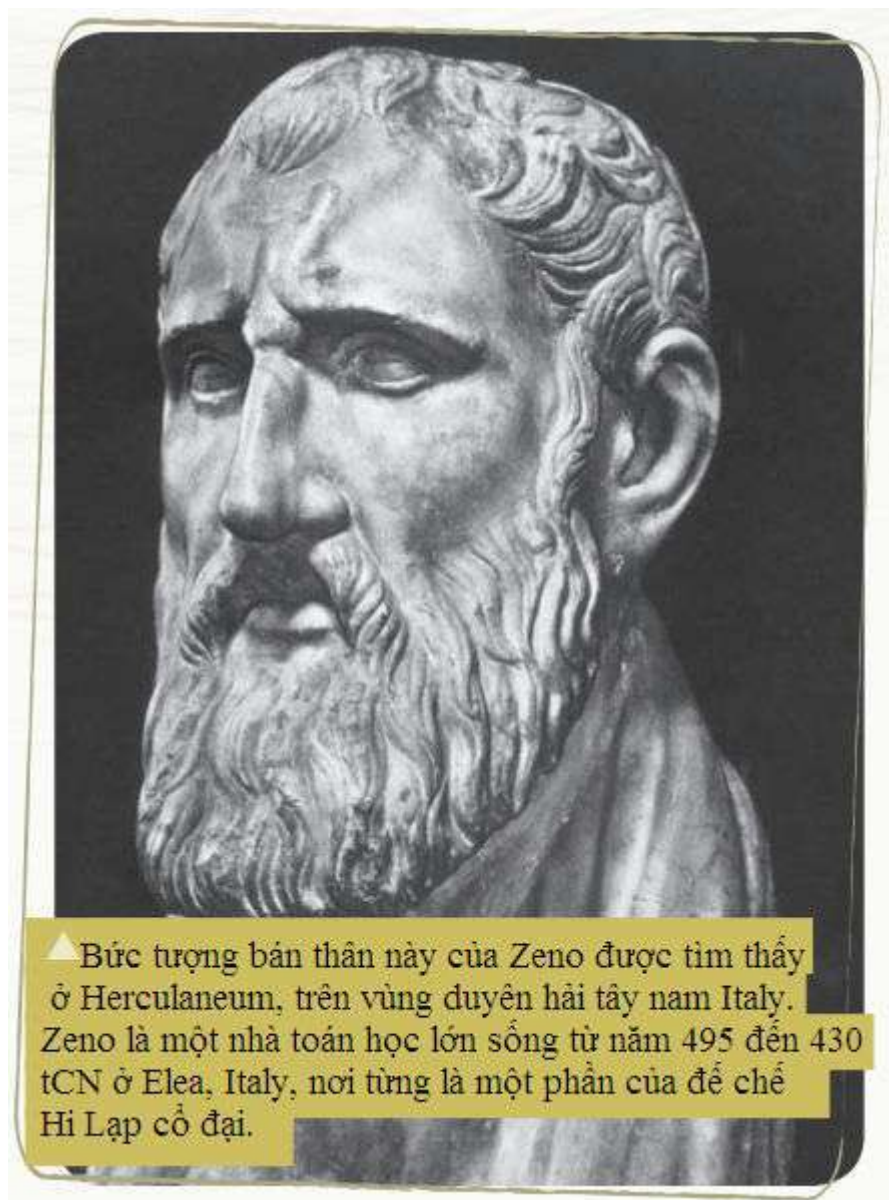
VẬN ĐỘNG VIÊN KHÔNG CHẠY

Công nghệ tính toán có thể làm nhiều việc hơn là đi giải những bài toán thực tế. Nó có thể giúp



▲ Một bản sao của Máy cơ Antikythera, chế tạo với sự hỗ trợ của công nghệ hiện đại, được trưng bày tại một bảo tàng ở Athens.

chứng minh hoặc bác bỏ những quan niệm về thế giới tự nhiên. Nhà triết học Hi Lạp Zeno xứ Elea, người sống từ năm 495 đến 430 tCN, đã sử dụng toán học để cố gắng chứng minh hoặc bác bỏ những quan niệm phổ biến về thời gian và không gian.



Quan điểm của ông trở nên nổi tiếng với tên gọi Nghịch lý Zeno. Một nghịch lý là một phát biểu mâu thuẫn hoặc phi lôgic. Lưỡng phân là nghịch lý nổi tiếng nhất của Zeno: Chuyển động không thể tồn tại, vì trước khi vật chuyển động có thể đi tới đích của nó, nó phải đi tới trung điểm của hành trình của nó. Nhưng trước khi nó có thể đi tới trung điểm đó, nó phải đi tới điểm một phần tư. Nhưng trước khi nó đi tới điểm một phần tư, nó phải đi tới điểm một phần tám, và cứ thế. Vì vậy, chuyển động không bao giờ có thể bắt đầu.

Để hiểu nghịch lí trên, hãy giả sử một cô gái muốn chạy đến chỗ người bạn của mình ở cách 30 m đường. Trước tiên, cô phải đi tới vạch 15 m. Trước đó, cô lại phải đến vạch 7,5 m. Để đến đó, cô phải đi tới điểm 3,8 m. Trước đó nữa, cô phải chạy 1,9 m. Vì không gian có thể chia thành một số vô hạn (không có điểm dừng) những đơn vị nhỏ xíu và mỗi đơn vị sẽ cần một lượng thời gian nhất định để đi qua, cho nên cô gái sẽ cần một lượng thời gian vô hạn để đi tới đích của mình.

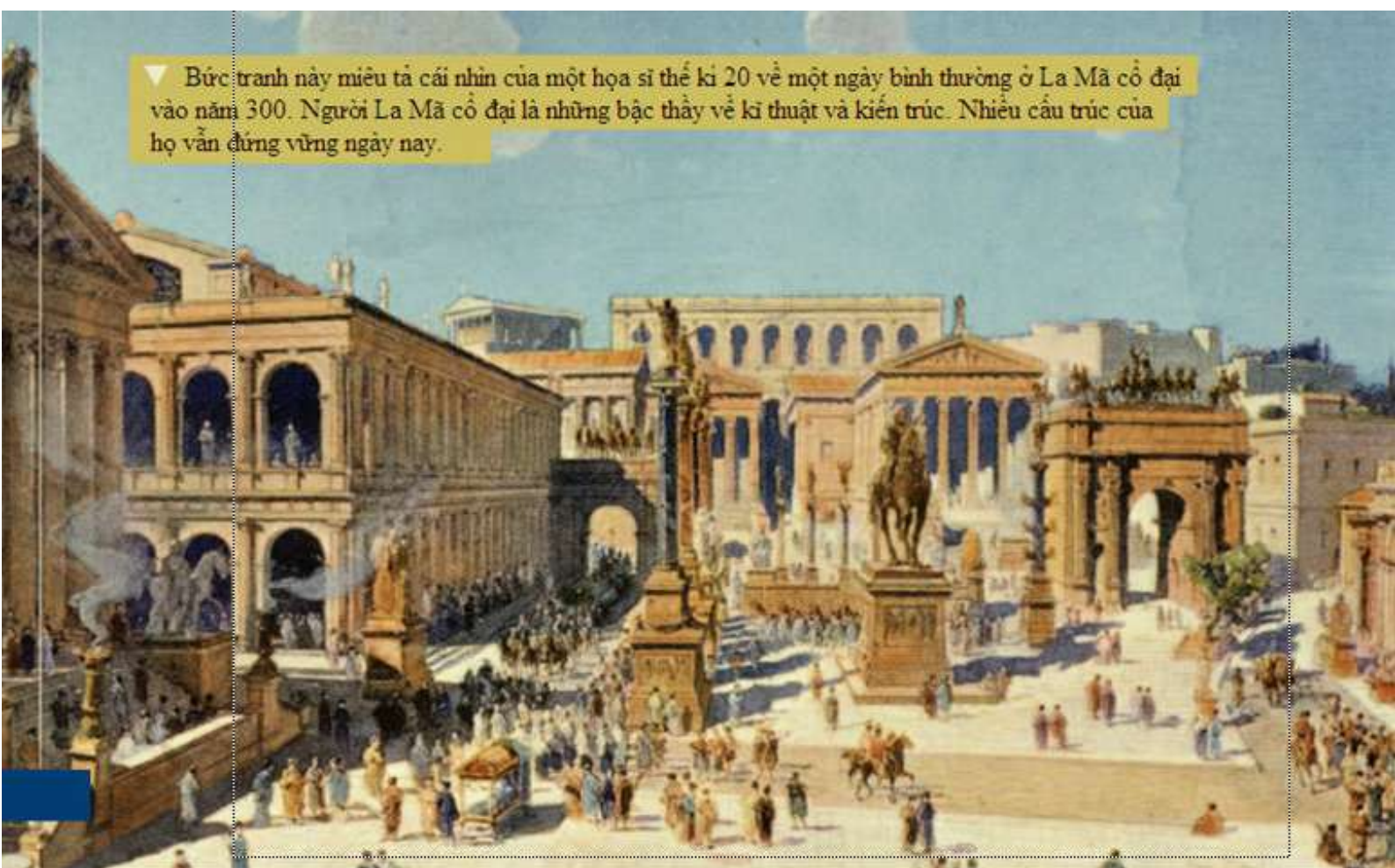
Nghịch lí này trông có vẻ ngớ ngẩn hoặc phi lôgic. Nhưng nó khiến các nhà toán học phải đau đầu. Trong hàng thế kỉ, không ai có thể chứng minh Zeno sai cả. Cuối cùng thì các nhà toán học đã thành công vào những năm 1800. Họ đã bác bỏ nghịch lí trên, sử dụng lí thuyết những tập hợp vô hạn, đó là một phương pháp toán học mô tả mối liên hệ giữa các vật.

CHƯƠNG TÁM

LA MÃ CỔ ĐẠI

La Mã cổ đại bắt đầu là một thị tứ nhỏ, thành lập vào năm 753 tCN, và nằm bên bờ sông Tiber ở miền trung Italy. Dần dần, người La Mã đi xâm chiếm những vùng đất láng giềng và xây dựng một đế chế hùng mạnh. Cuối cùng, nó trải rộng từ Biển Caspi, Biển Đỏ ở phía đông, băng qua Bắc Phi đến Tây Ban Nha ở phía tây, và nước Anh ở phía bắc. Giống như nhiều nền văn minh cổ đại khác, người La Mã học hỏi công nghệ từ những tộc người láng giềng, trong đó có những tộc người mà họ nô dịch.

▼ Bức tranh này miêu tả cái nhìn của một họa sĩ thế kỉ 20 về một ngày bình thường ở La Mã cổ đại vào năm 300. Người La Mã cổ đại là những bậc thầy về kĩ thuật và kiến trúc. Nhiều cấu trúc của họ vẫn đứng vững ngày nay.



Thật ra, người La Mã thừa hưởng phần nhiều công nghệ tính toán của họ từ người Hi Lạp. Nhưng người La Mã sử dụng toán học và tính toán theo những kiểu khác nhiều lắm. Trong khi người Hi Lạp thừa nhận toán học là một phương pháp rèn luyện trí não, thì người La Mã là những người thực dụng, họ áp dụng toán học cho những bài toán trong cuộc sống hàng ngày. Họ cần nước sạch cho những thành phố của mình, nên họ sử dụng công nghệ tính toán để thiết kế công dẫn nước, hoặc những kênh dẫn khổng lồ. Sử dụng proma và những thiết bị trắc địa khác vay mượn từ những người Hi Lạp thuộc địa, người La Mã đã xây dựng đường xá, nhà cửa và những cấu trúc khác. Người La Mã sử dụng toán học như một công cụ. Tuy nhiên, họ cũng đã thực hiện một số phát triển toán học tiến bộ của riêng họ.

I, V, X, L, C, D, M

Người La Mã đã phát triển một hệ số trong đó chỉ bảy kí tự của bảng chữ cái Latin cộng thêm vài kí hiệu nữa là có thể viết ra mọi con số - từ 1 cho đến 1.000.000.000.000.000.000.000.000 hoặc lớn hơn nữa! Kí tự Latin I biểu diễn cho 1, V cho 5, X cho 10, L cho 50, C cho 100, D cho 500, và M cho 1.000.

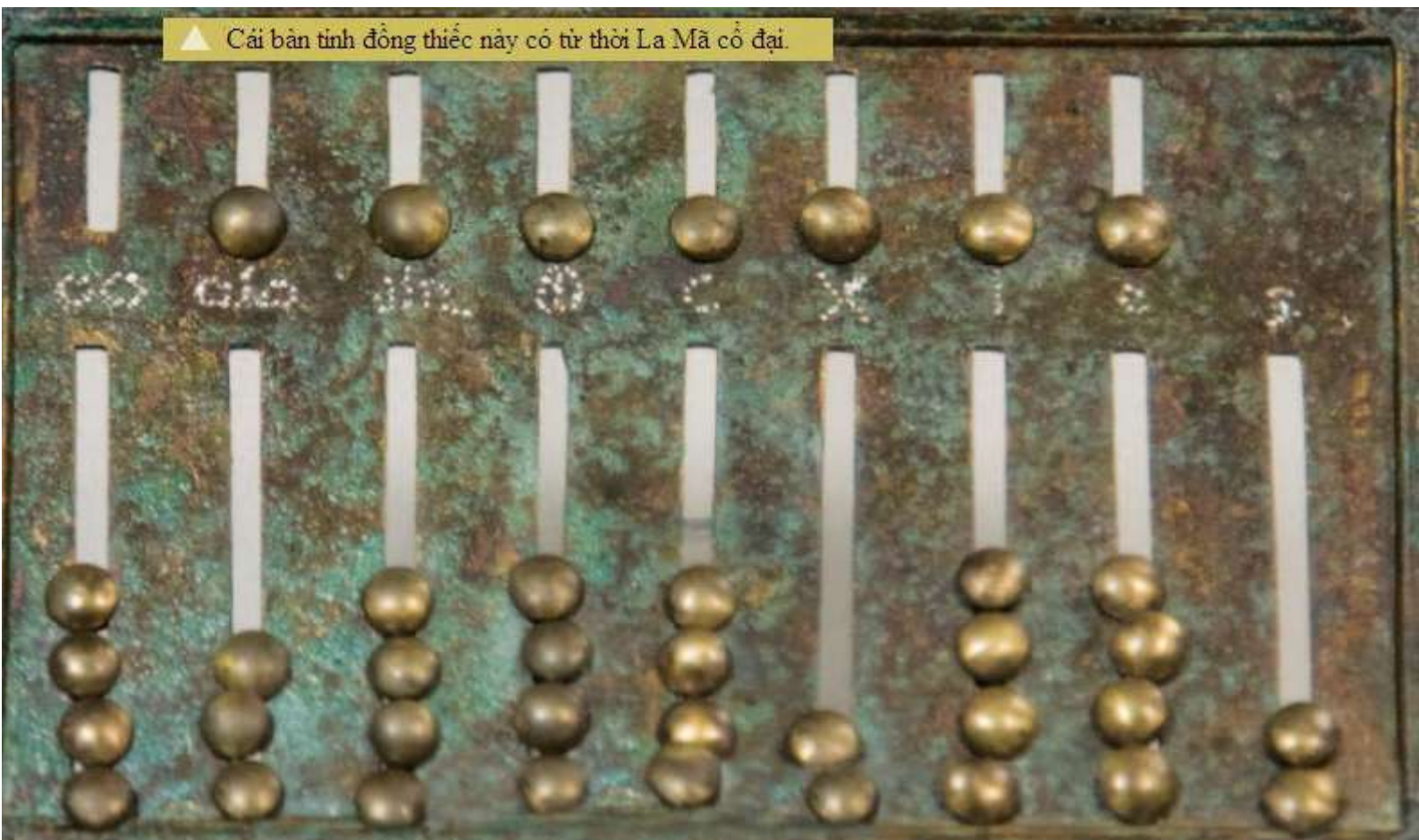
Đặt một vạch ngang nhỏ ở phía trên một con số là nhân giá trị của nó với 1.000. Chẳng hạn, M (1.000) với một vạch phía trên có nghĩa là 1.000.000. Trên lí thuyết, một người có thể thêm đủ số vạch để viết những con số khổng lồ. Trên thực tế, người La Mã hiếm khi sử dụng nhiều hơn một vạch.

Các chữ số La Mã được viết từ trái sang phải. Một con số đặt ở bên phải một con số khác có giá trị bằng hoặc lớn hơn hàm ý phép cộng. Nghĩa là, VI nghĩa là $5 + 1$, hoặc 6. MD nghĩa là $1.000 + 500$, hay 1.500. DC nghĩa là $500 + 100$, hay 600. Một con số đặt bên trái một con số khác có giá trị lớn hơn hàm ý phép trừ. Thí dụ, XL nghĩa là $50 - 10$, hay 40. DM nghĩa là $1.000 - 500$, hay 500. MCM nghĩa là $1.000 + (1.000 - 100)$, hay 1.900.

Hãy thử viết số nhà, chiều cao và cân nặng của bạn bằng chữ số La Mã xem. Bạn có nhận thấy sự bất tiện lớn không? Trước hết, các chữ số có thể chiếm rất nhiều không gian. Chúng cũng khó sử dụng khi cộng, trừ, nhân và chia.

MÁY VI TÍNH YÊU THÍCH CỦA MỌI NGƯỜI

Vào thế kỉ thứ nhất trước Công nguyên, bàn tính là một công cụ đếm và tính toán phổ biến ở La Mã cổ đại – từ lâu trước khi nó phổ biến ở Trung Hoa. Người La Mã sử dụng một số bàn tính có thanh trượt, giống như người Trung Hoa. Một phiên bản La Mã có những rãnh, trên đó người ta di chuyển những hòn cuội hoặc hòn đếm kim loại tròn, nhẵn.

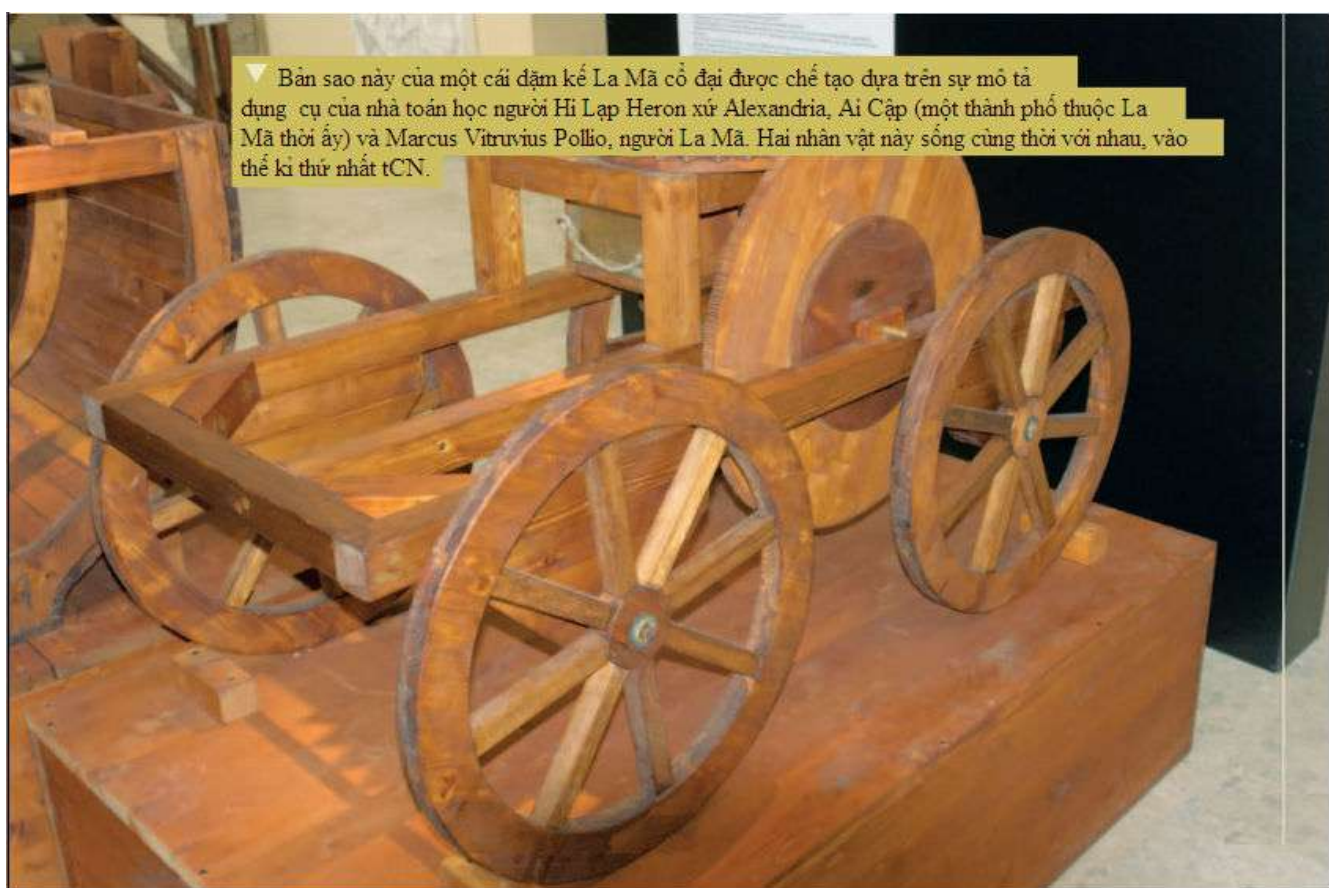


CHÚNG TA ĐÃ ĐI BAO XA

Trong xe hơi hiện đại, cái kilomet kế trên bảng điều khiển cho biết xe đã đi được bao xa. Xung quanh nó có thể là những màn hình và nút nhấn tiên tiến nằm cạnh đầu ngón tay của người tài xế, nhưng kilomet kế thật ra là công nghệ cổ đại. Kilomet kế lần đầu tiên được phát triển bởi Marcus Vitruvius Pollio, một kĩ sư người La Mã. Ông sống từ năm 70 đến năm 25 tCN. Ông gắn một bánh xe lớn trong giàn khung, giống hệt như xe cút kít hiện đại. Bánh xe gắn với một bánh răng có bốn trăm khía. Với mỗi vòng quay của bánh xe, bánh

răng chuyển động về phía trước một khía. Bánh răng chuyển động bốn trăm lần với mỗi năm nghìn foot La Mã, tương đương một dặm La Mã. Và với mỗi bốn trăm vòng quay, một hòn đá rơi xuống một thùng chứa bằng kim loại. Tiếng kêu của hòn đá báo hiệu đã đi qua một dặm La Mã rồi.

Vitruvius hình dung việc sử dụng dụng cụ trên cho xe ngựa và xe bò để người đi đường biết được quãng đường đã đi qua. Vào cuối mỗi ngày đường, người đánh xe có thể đếm số hòn đá trong thùng chứa, kiểm tra số dặm đường đã đi, và đặt lại các hòn đá cho hành trình ngày tiếp theo.



DẶM LA MÃ

Với những quãng đường dài, người La Mã sử dụng một số đo gọi là *mille passuum*, hay một nghìn bước. Quãng đường này tương đương với năm nghìn foot La Mã. Nó còn được gọi là một dặm La Mã. Tính theo đo lường hiện đại, một dặm La Mã bằng khoảng 0,92 dặm hiện đại, hay 1.479 m. Người La Mã sử dụng số đo này trong xây dựng kênh đào, đường xá, tường thành và các pháo đài quân sự, vân vân.



▲ Một con đường và cánh cổng tò vò xây dựng vào thế kỉ thứ hai vẫn trụ vững tại al-Bas, Lebanon ngày nay.

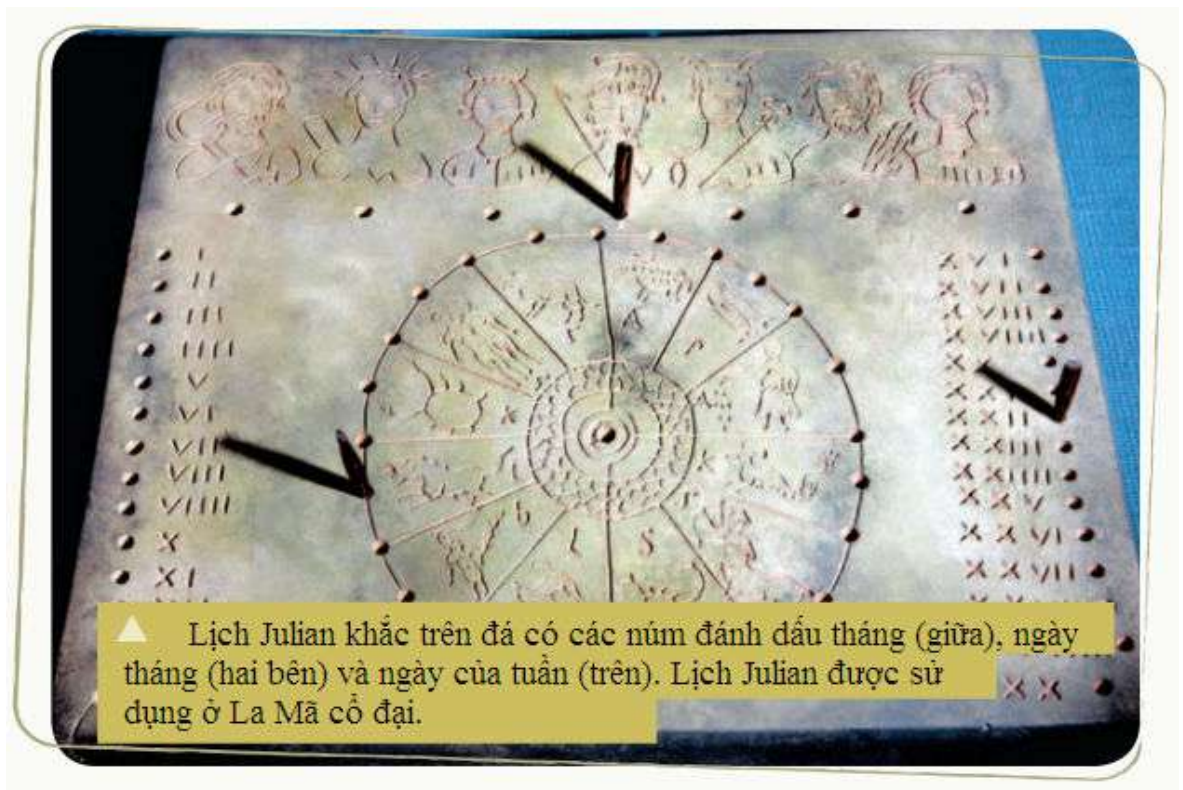
NHỮNG BỘ LỊCH TỐT HƠN

Bộ lịch La Mã đầu tiên, được phát triển vào khoảng năm 738 tCN, xây dựng trên năm âm lịch. Với chỉ 304 ngày – chia thành 10 tháng – bộ lịch ngắn mất 61 ngày. Sau đó, người La Mã bổ sung thêm hai tháng nữa, nhưng chúng vẫn chưa đủ. Để bù cho sự hụt ngày tháng, người La Mã phải bổ sung thêm một tháng vào bộ lịch của họ mỗi hai năm một lần.

“Hình học được [người Hi Lạp] trọng vọng, vì thế không ai đáng kính hơn nhà toán học. Nhưng chúng ta [người La Mã] đã hạn chế nghệ thuật này với việc đo lường và tính toán”.

- *Marcus Tullius Cicero, nhà triết học và chính khách La Mã, trong tác phẩm Tusculan Disputations, tập 1, khoảng năm 45 tCN.*

Lịch La Mã bị trật khớp khi các viên chức nhà nước bắt đầu bổ sung thêm những tháng mới nữa. Tại sao ư? Thỉnh thoảng họ làm thế để tại chức được lâu hơn hoặc hoãn bầu cử. Cuối cùng, vào năm 45 tCN, hoàng đế Julius Caesar đã phê chuẩn lấy dương lịch Ai Cập dùng cho Đế chế La Mã. Ông gọi nó là lịch Julian để tự tôn vinh mình. Nó có một năm 365 ngày và mỗi bốn năm – năm nhuận – bổ sung thêm một ngày. Lịch Julian rất chính xác. Nó chỉ dài hơn năm mặt trời 11 phút 14 giây.



SAU THỜI CỔ ĐẠI

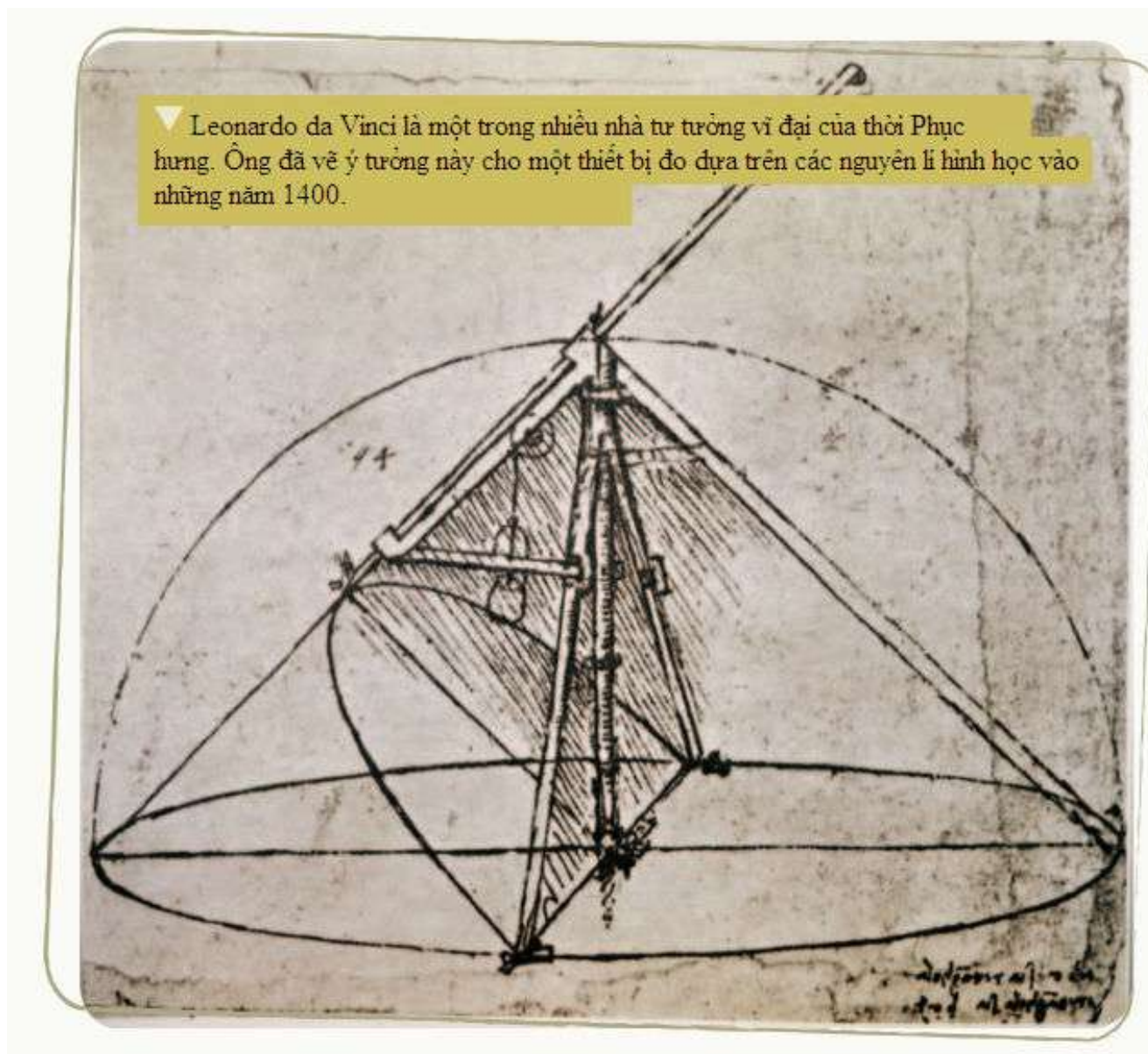
Các xã hội cổ đại phát triển thịnh vượng rồi lụi tàn. Thường thì những nhóm non yếu về chính trị hoặc yếu kém về kinh tế bị những nhóm khác xâm chiếm, nô dịch. Nhưng cho dù một nền văn hóa đã diệt vong, thì công nghệ của nó vẫn còn đó. Những nhóm người đi xâm lược xây dựng xã hội trên kiến thức của nhóm người bị xâm lược để tiếp tục phát triển công nghệ.

Tuy nhiên, điều đó không phải lúc nào cũng đúng. Sau khi đế quốc La Mã rơi vào tay kẻ xâm lược vào năm 476, toàn cõi châu Âu đã bước vào một thời kì gọi là Thời kì Trung Cổ (khoảng năm 500 đến 1500). Thời Trung Cổ thỉnh thoảng còn được gọi là Kỷ nguyên Tăm tối, vì nghệ thuật, văn hóa và học thuật ở châu Âu trong những năm tháng này bị suy yếu đến mức tối thiểu. Một số người thợ thủ công đã biết hoặc cải tiến dựa trên công nghệ cổ. Khoảng năm 900, chữ số Hindu-Arab đã du nhập vào châu Âu. Chúng thay thế chữ số La Mã trong công dụng hàng ngày, lập nên giai đoạn tính toán dễ dàng hơn với hệ đếm thập phân Ấn Độ.

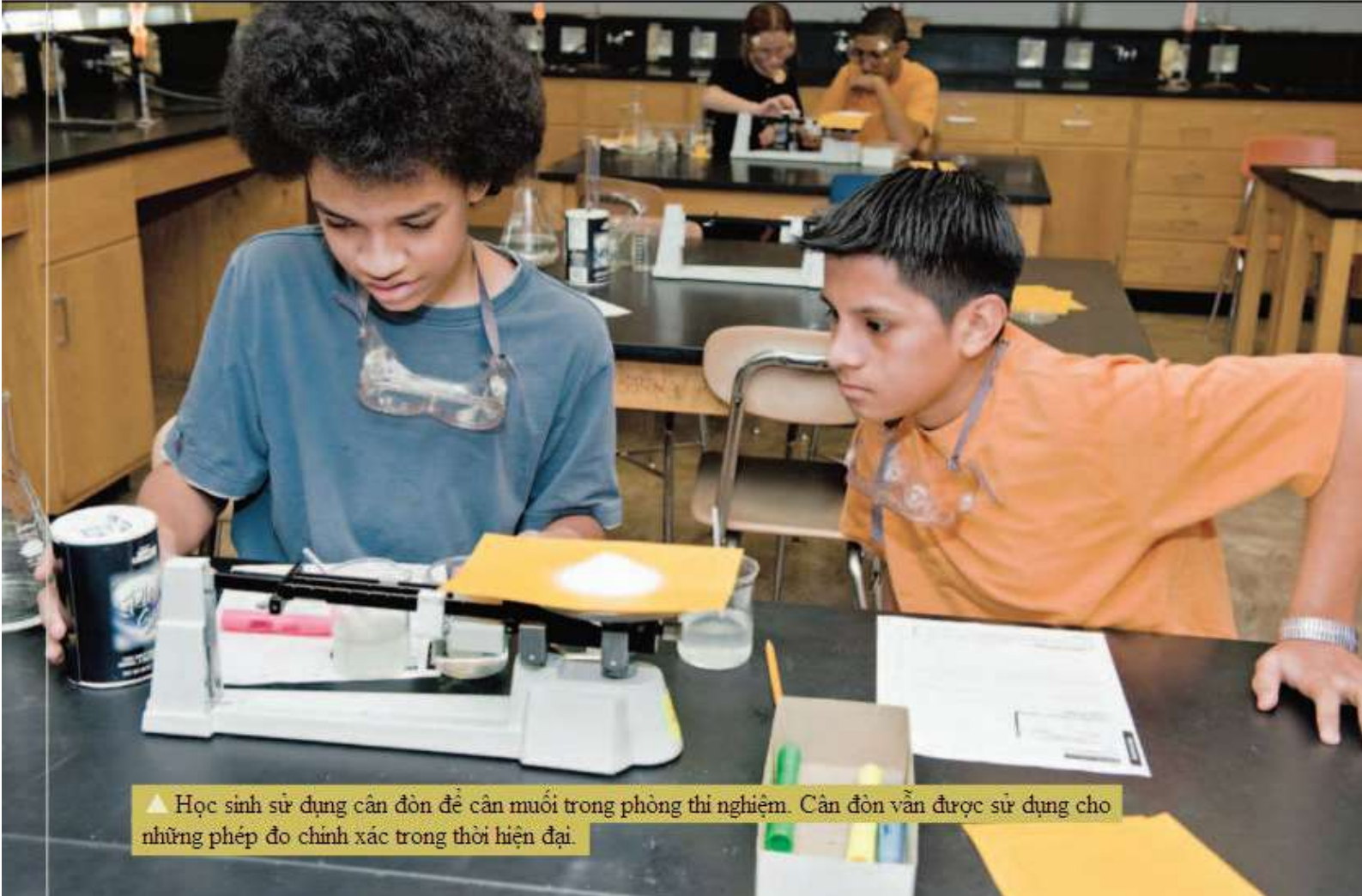
Những nền văn hóa thuộc những vùng miền khác của thế giới tiếp tục phát triển kiến thức của họ về sự tính toán và toán học trong thời Trung Cổ. Người Maya xây dựng xã hội phồn vinh ở Trung Mỹ. Ở Trung Hoa, nhà Tống đã thúc đẩy nhiều tiến bộ văn minh. Người Inca ở Peru đã xây dựng một đế quốc hùng mạnh trên vùng núi non.

Sau đó, trong một thời kì gọi là thời Phục hưng (1300 – 1600), người châu Âu đã khám phá lại công nghệ Hi Lạp và La Mã cổ đại. Vào những năm 1400, các học giả đã khám phá lại những tập sách toán cổ cùng những cuộn tài liệu lưu giữ trong thư viện và tu viện thuộc những đế quốc châu Âu trước đó. Sự phát minh trở lại của

nền toán học tiên tiến có từ thời cổ đại đã làm nền toán học hiện đại phát triển vượt bậc.



Ngoài ra, sự thám hiểm toàn cầu đã mang đến sự truyền bá công nghệ. Người châu Âu đã đi thám hiểm và định cư ở châu Mỹ vào thế kỉ thứ 16 và 17. Các thuộc địa châu Âu ở châu Á và châu Phi cũng mang kiến thức thuộc những nền văn hóa khác nhau lại hòa nhập với nhau. Ở nhiều nơi, chế độ thuộc địa tàn khốc – hay chế độ thực dân – đã khiến kiến thức và công nghệ của những nhóm người yếu hơn bị đi vào quên lãng. Đó là trường hợp khi người Tây Ban Nha xâm chiếm Inca ở Nam Mỹ. Tuy nhiên, khi sự linh hoạt toàn cầu và truyền thông phát triển, thì sự truyền bá những ý tưởng toán học cũng lan rộng theo.



CÔNG NGHỆ TRỤ VỮNG VỚI THỜI GIAN

Trong thời hiện đại, phần lớn công nghệ tính toán của chúng ta là giữ nguyên những kỹ thuật cổ đại. Hệ thống đếm hiện đại của chúng ta dựa trên cơ số 10. Nhưng bạn cũng có thể tìm thấy bằng chứng của hệ đếm Mesopotamia, hệ đếm cơ số 60, trong cuộc sống hàng ngày. Chúng ta vẫn dùng 60 làm cơ số đo cho thời gian. Một phút có 60 giây. Một giờ có 60 phút. Độ (đơn vị đo góc) cũng được chia ra theo 60. Một vòng tròn chứa 360 độ, bằng 60×6 .

Cân đòn là một thí dụ khác của công nghệ tính toán Babylon cổ đại còn trụ vững theo thời gian. Những cái cân này vẫn có ích cho nhiều mục đích khác nhau. Những chiếc cân dùng trong phòng mạch của bác sĩ thường là cân đòn. Đối trọng trượt ở phía trên cân cân bằng với trọng lượng cơ thể của bạn.

Ở một số nơi, thương nhân và một số người vẫn còn dùng bàn tính. Theo tiến trình thời gian và truyền bá khắp toàn cầu, những chiếc máy vi tính đơn giản này vẫn có sức sống riêng của chúng trước công nghệ tiên tiến. Trung Quốc không phải là nền văn hóa duy nhất phát triển một máy tính thuộc loại như thế. Những phiên bản khác của bàn tính được sử dụng ở Sumeria cổ đại, Hi Lạp cổ đại,

và La Mã cổ đại, và tiến vào thời hiện đại, ở nước Nga và Nhật Bản. Quân đội Mỹ đã kiểm tra công dụng của chiếc bàn tính kiểu Nhật hồi năm 1946. Họ đã dùng bàn tính và máy tính bằng điện mới toanh khi ấy đấu với nhau về tốc độ và độ chính xác. Mỗi chiếc máy có một người điều khiển am tường để giải những bài toán có sử dụng phép cộng, trừ, nhân và chia. Chiếc bàn tính đã giành phần thắng với tỉ số áp đảo 4 trên 1!

XÂY DỰNG TRÊN NHỮNG Ý TƯỞNG CỔ ĐẠI

Tất nhiên, theo thời gian, người ta đã cải tiến nhiều loại công nghệ tính toán. Một thí dụ như vậy là lịch hiện đại của chúng ta. Sau khi Julius Caesar phê chuẩn lịch Julian vào năm 45 tCN, người dân ở nhiều vùng trên thế giới đã sử dụng nó trong hơn 1500 năm trời. Nhưng theo thời gian, sai số 11-phút-trên-năm trong bộ lịch đã góp đủ thành đơn vị ngày. Những ngày lễ tết không còn diễn ra đúng thời điểm trong năm nữa.

Một bộ lịch mới hơn, gọi là lịch Gregory, gần chính xác như năm mặt trời. Bộ lịch này chọn mốc trước và sau Công nguyên dựa trên ngày sinh của Chúa Jesus. Một tu sĩ đã nghĩ ra hệ đếm năm này vào năm 525, B.C [trước Công nguyên] trong tiếng Anh là viết tắt của “Before Christ” [Trước Chúa], A.D [sau Công nguyên] trong tiếng Anh là viết tắt của từ Latin *anno Domini*, nghĩa là “trong năm thiên chúa của chúng ta”.

Vào năm 1582, Giáo hoàng Gregory XIII, người đứng đầu Giáo hội Thiên chúa La Mã, đã đưa 10 ngày ra khỏi lịch. Ông cho thông qua lịch Gregory. Đây là bộ lịch vẫn sử dụng ở đa số các nước.

Dặm kế của Vitruvius cũng khích lệ nhiều cải tiến. Người La Mã chưa bao giờ sử dụng cái dặm kế mà Vitruvius mô tả. Nó bị lãng quên trong chừng 1300 năm. Sau đó, thiết kế của ông đã được khám phá lại vào năm 1414. Kỹ sư vĩ đại người Italy Leonardo da Vinci (1452–1519) sau này đã thử chế tạo từ sự mô tả trong tài liệu của Vitruvius, nhưng ông làm nó hoạt động được. Nhờ những tiến bộ trong công nghệ cơ giới, vào giữa thế kỉ 19, các nhà phát minh đã chế tạo ra kilomet kế thuộc loại được sử dụng trong xuyên suốt thế kỉ thứ 20. Những cái kilomet kế này sử dụng nhiều bánh răng. Mỗi bánh răng quay một mặt đồng hồ số sao cho người lái xe có thể nhìn biết anh ta hoặc cô ta đã đi được bao xa.

Vào thế kỉ thứ 17, các nhà toán học đã nêu ra nhiều ý tưởng mới dựa trên những khái niệm cổ. Năm 1619, nhà toán học người Pháp René Descartes đã phát minh ra hình học tọa độ. Ông nghiên cứu hình học trên một mạng lưới tọa độ (có đánh số), sử dụng các nguyên lí đại số. Phát minh này mang đến cơ sở hình học tiên tiến hơn vì các nhà toán học có thể vẽ các phương trình để tạo ra và thay đổi các đường thẳng, mặt phẳng, hoặc các hình dạng bên trong mạng lưới tọa độ.

Các nhà toán học người Pháp Pierre de Fermat và Blaise Pascal đã sáng tạo ra khái niệm xác suất toán học vào năm 1654. Xác suất liên quan đến việc đếm số những kết cục có thể có trong một tình huống để xác định khả năng của một kết cục nhất định là bao nhiêu. Khi bạn tung một đồng xu, nó có thể úp một trong hai mặt xuống. Vì thế xác suất nó nằm ngửa là một phần hai. Xác suất là một khái niệm quan trọng trong những lĩnh vực hiện đại thuộc thống kê, tài chính, khoa học và triết học.



Bản sao này của máy tính Blaise Pascal được chế tạo vào năm 1926. Pascal đã chế tạo chiếc máy của ông vào năm 1642, lúc mới 19 tuổi. Dụng cụ hình bút giống kim máy hát được dùng để di chuyển các bánh xe số.

Lĩnh vực giải tích, nghiên cứu sự biến đổi, xuất hiện một thập niên sau đó. Trong số nhiều công dụng của nó, giải tích được dùng để xác định đường cong, diện tích và thể tích. Vào năm 1665, Isaac Newton, một nhà khoa học và nhà toán học người Anh, đã nêu rõ hai toán tử cơ bản trong giải tích liên hệ với nhau như thế nào. Nhà triết học và toán học người Đức Gottfried Leibniz cũng phát triển lĩnh vực này một cách độc lập với Newton. Vào thập niên 1670, ông đã sáng tạo ra kí hiệu mà đa số học sinh học giải tích vẫn dùng để viết các phương trình. Giải tích đã đặt nền tảng cho vô số những tiến bộ trong kĩ thuật và cơ học, vật lí học, thống kê học, thiên văn học, kinh tế học, y học, và nhiều lĩnh vực khác.

TỪ TOÁN HỌC ĐẾN MÁY VI TÍNH

Các nhà toán học tiếp tục kế thừa nhau xây dựng và cải tiến các ý tưởng. Nhưng chúng ta tiến từ giải tích đến laptop như thế nào?

Bàn tính và Máy cơ Antikythera là những phiên bản sơ khai của máy tính hoặc máy vi tính. Thước trượt, một công cụ trượt có đánh số được phát minh vào thế kỉ thứ 17, cũng thế. Thước trượt tiết kiệm thời gian và sai số trong tính toán. Người dùng có thể trả lời một phép tính bằng cách gán cho khớp các phần của thước trượt với những con số nhất định.

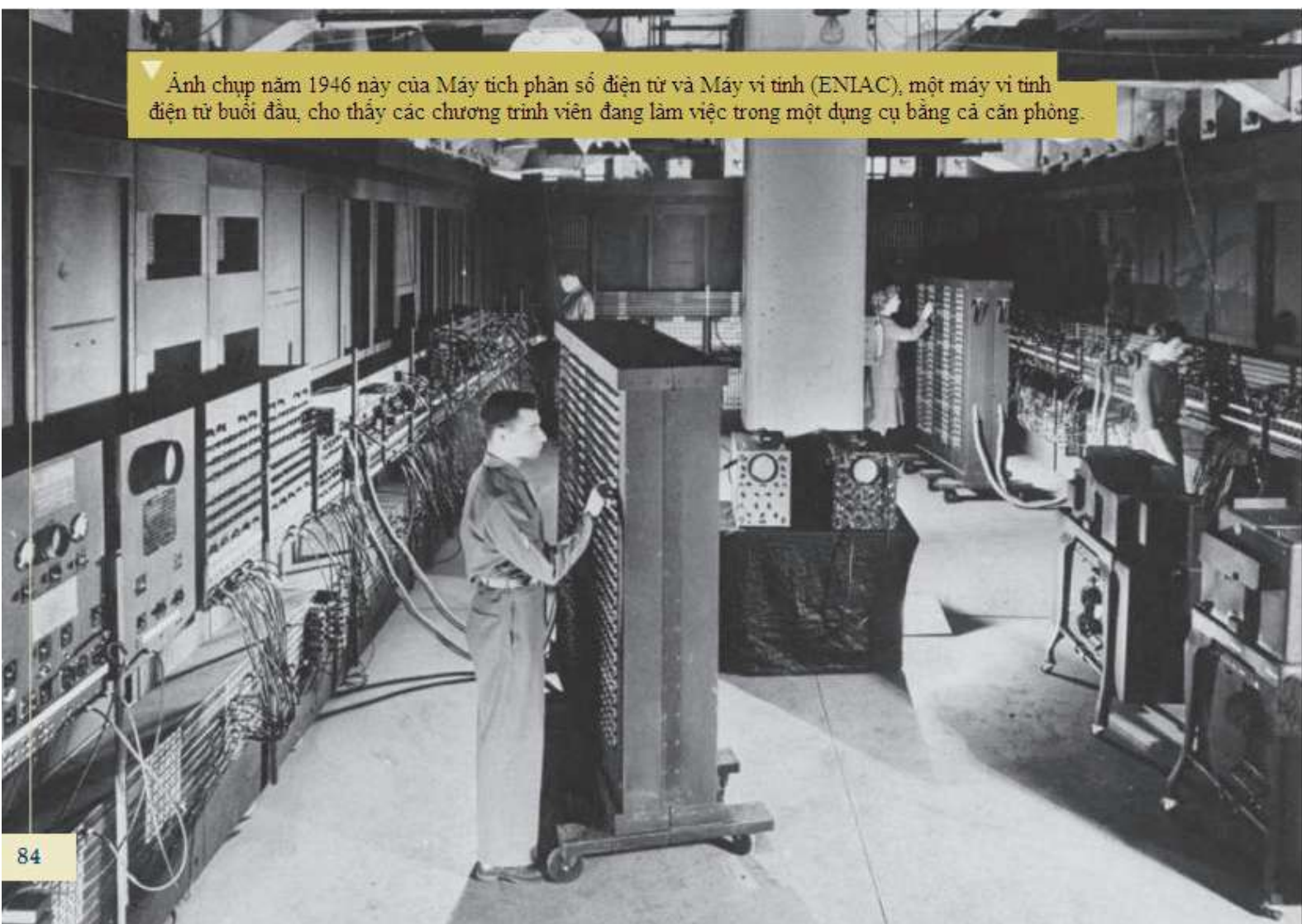
Máy tính kĩ thuật số - như máy vi tính hiện đại - là những cỗ máy có khả



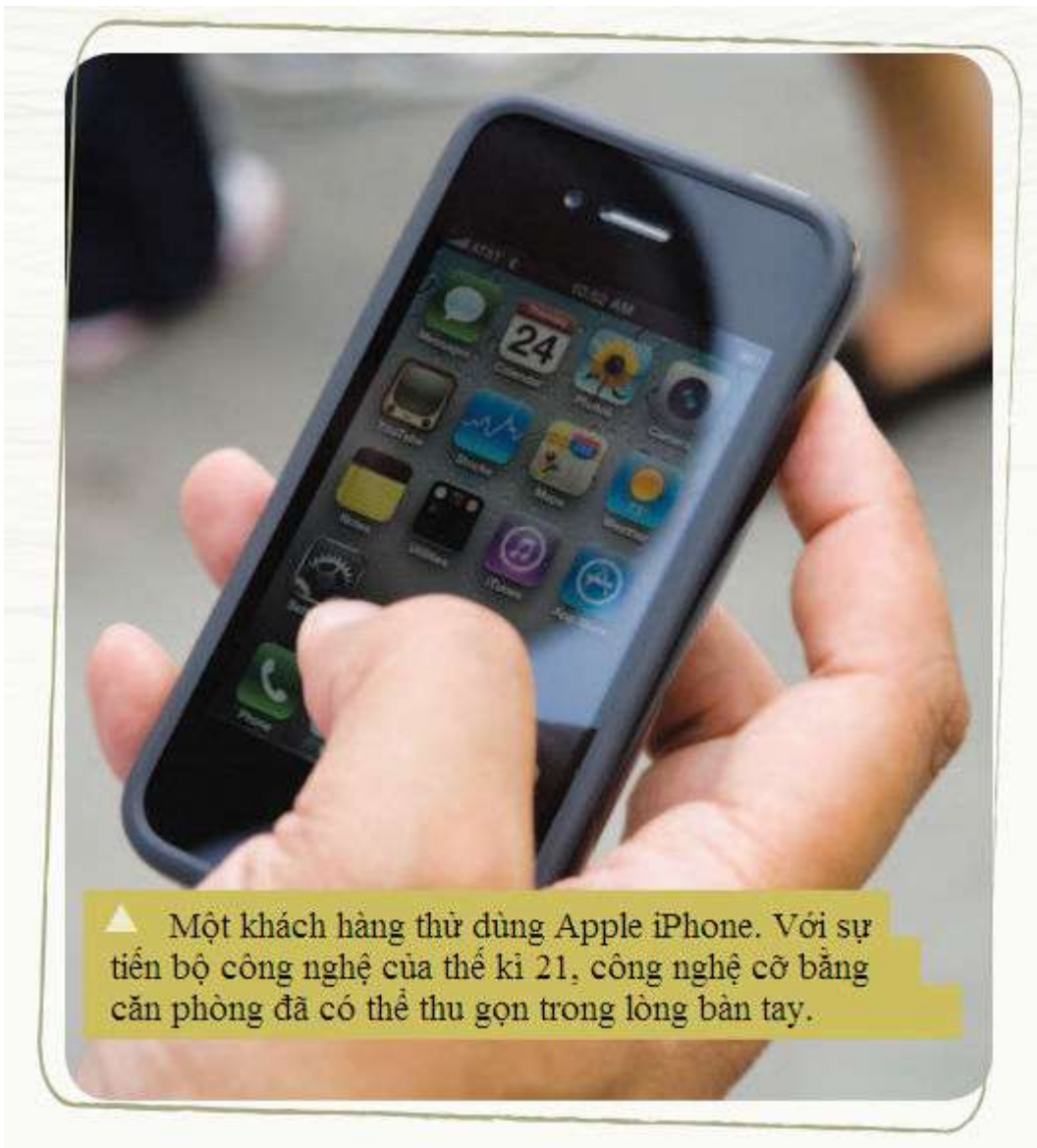
năng lập trình trước. Người dùng có thể lập trình chúng để thực hiện những công việc nhất định. Những cỗ máy đầu tiên như thế xuất hiện vào đầu thế kỉ thứ 19. Những cỗ máy được lập trình đầu tiên bao gồm một khung dệt và một máy vi tính cơ.

Nhà toán học người Anh Alan Turing nghiên cứu sự điện toán vào thập niên 1930. Các ý tưởng của ông đã mang đến cho ông danh hiệu cha đẻ của ngành khoa học máy tính. Tuy nhiên, người Mỹ George Stibitz thường được xem là cha đẻ của máy vi tính hiện đại. Vào năm 1937, ông đã chế tạo ra chiếc máy tính đầu tiên sử dụng hệ đếm nhị phân, hay mã nhị phân, để thực hiện tính toán số học. Mã nhị phân sử dụng sự kết hợp của 0 và 1. Thí dụ, số 9 trong hệ thập phân có thể viết là 1001 trong hệ nhị phân. Tất cả máy vi tính hiện đại đều sử dụng mã nhị phân khi thực hiện các phép tính bên trong chúng.

▼ Ảnh chụp năm 1946 này của Máy tích phân số điện tử và Máy vi tính (ENIAC), một máy vi tính điện tử buổi đầu, cho thấy các chương trình viên đang làm việc trong một dụng cụ bằng cả căn phòng.



Khi máy vi tính điện tử, kỹ thuật số phát triển trong thế kỉ 20, chúng phát triển cả về khả năng và kích cỡ. Các nhà khoa học đã phát triển phần cứng để lưu trữ thông tin. Điều này đã biến máy tính thành máy lưu trữ dữ liệu như chúng ta biết. Những chiếc máy vi tính kích cỡ bằng căn phòng đã được chế tạo trong thập niên 1950 và 1960 để xử lý những phép tính ngày một tiến bộ hơn. Sau đó, vào thập niên 1970, sự phát minh ra bộ vi xử lý đã giúp máy vi tính thu nhỏ kích cỡ hết sức ngoạn mục. Vào thập niên 1980, một chiếc máy tính cá nhân đã có thể đặt vừa trên bàn làm việc.



▲ Một khách hàng thử dùng Apple iPhone. Với sự tiến bộ công nghệ của thế kỉ 21, công nghệ cỡ bằng căn phòng đã có thể thu gọn trong lòng bàn tay.

Nhờ khả năng xử lý vô song của máy vi tính, người hiện đại có thể làm việc nhanh hơn và ít sai sót hơn so với tổ tiên của chúng ta. Máy vi tính giải quyết nhanh gọn những phép tính mà người ta mất cả đời người để thực hiện. Vì lí do này mà chúng đã cho phép vô số phát triển trong ngành toán học, khoa học, và những lĩnh vực khác.

Nhưng không thành tựu nào trong số này có thể thành hiện thực nếu như không có công nghệ tính toán của người cổ đại. Các hệ thống đo, đếm, và tính toán của họ đã mang lại cho chúng ta những công cụ mà chúng ta hàng ngày.

NIÊN ĐẠI LỊCH SỬ

- 35.000 tCN Người châu Phi cổ ở nước Swaziland ngày nay khắc khía vào xương khi đầu chó, sau này gọi là xương Lebombo, như là một cách để đánh số thứ tự.
- 3.500 tCN Người Ai Cập bắt đầu sử dụng cột tháp làm đồng hồ mặt trời sơ khai.
- 3.000 tCN Người Mesopotamia viết trên các phiến đất sét, trong đó có những kí tự số từ hệ đếm dựa trên cơ số 60 của họ. Đây là một số kí tự số được biết đến đầu tiên trên thế giới.
- Người Ai Cập bắt đầu sử dụng lũ kế sông Nile để đo mực nước lũ hàng năm của sông Nile.
- 2.000 tCN Các nhà toán học Babylon và Ai Cập khám phá ra khái niệm số pi. Họ đã tính ra những giá trị gần đúng đầu tiên.
- 1.500 tCN Người Ai Cập thiết kế ra chiếc đồng hồ nước đầu tiên (clepsydra).
- 1.400 tCN Người Sumeria sử dụng trắc địa để đo ranh giới đất đai.
- Thế kỉ 6 tCN Pythagoras chứng minh rằng với mọi tam giác vuông, bình phương chiều dài cạnh huyền bằng tổng bình phương chiều dài hai cạnh kia. Kết quả này trở nên nổi tiếng với tên gọi định lí Pythagoras.
- 300 tCN Nhà thiên văn học người Babylon Berosus chế tạo ra một chiếc đồng hồ mặt trời bằng cách đặt một cột đồng hồ trong một cái nền hình bát. Các đường kẻ trên nền phân chia ngày thành 12 phần bằng nhau.
- Nhà toán học Hi Lạp Euclid công bố tác phẩm hình học *Các nguyên tố*. Bộ sách đưa ra năm tiên đề, dựa trên đó ông đã chứng minh ra những định lí của mình.
- 240 tCN Archimedes sử dụng một đa giác 96 cạnh trong

“phương pháp vết kiệt” của ông, xác định được giá trị của số pi nằm giữa $3^{1/7}$ (khoảng 3,1429) đến $3^{10/71}$ (khoảng 3,1408).

- 238 tCN Nhà vua Ptolemy III cải tiến lịch Ai Cập 365 ngày bằng cách thêm vào một ngày sau mỗi bốn năm. Bộ lịch mới dài hơn năm mặt trời chừng 11 phút.
- 200 tCN - 50 Tác phẩm kinh điển Trung Hoa *Cửu chương về Thủ thuật toán học* ra đời.
- Thế kỉ 2 tCN Kỹ sư Hi Lạp Ctesibius chế tạo ra một loại đồng hồ nước chính xác hơn những phiên bản cũ trước đó.
- Thế kỉ 3 Người Maya ở Trung Mỹ sử dụng số 0 làm một bộ phận thuộc hệ đếm theo cơ số 20 của họ.
- 499 Aryabhata the Elder, thuộc Ấn Độ, công bố bảng giá trị sin cho nhiều góc trong tác phẩm *Aryabhatiyam* của ông.
- Thế kỉ 6 Người Ấn Độ bắt đầu sử dụng chữ số Hindu-Arab trong hệ thập phân.
- 876 Số 0 đầu tiên được khắc trong một ngọn đèn xây dựng ở Ấn Độ.
- 1200 Bàn tính trở nên phổ biến ở Trung Hoa, mặc dù những phiên bản trước đó đã tồn tại qua hàng thế kỉ.
- 1400 – 1600 Xã hội Inca phát triển thịnh vượng trong miền núi Andes thuộc Nam Mỹ. Họ sử dụng dây thút gút gọi là *quipus* để lưu giữ số liệu và những thông tin khác.
- 1858 Alexander Henry Rhind tìm thấy một bộ sách toán bằng giấy cói ở gần Thebes, Ai Cập. Sách toán giấy cói Rhind có niên đại khoảng năm 1650 tCN.
- 1901 Thợ lặn tìm thấy Máy cơ Antikythera trong xác của một con tàu đắm.
- 1946 Quân đội Mỹ tổ chức so sánh bàn tính Nhật Bản và máy tính bằng điện về tốc độ và độ chính xác. Kết quả là bàn tính Nhật Bản đã chiến thắng.

- Thập niên 1970 Các nhà khảo cổ tìm thấy chiếc xương Lebombo cổ đại gần Động Biên giới ở Swaziland.
- 2005 Các nhà khoa học người Anh và Hi Lạp nghiên cứu Máy cơ Antikythera với công nghệ chụp ảnh mới. Chúng làm lộ rõ những chữ khắc cung cấp manh mối về nhiều công dụng và nguồn gốc của chiếc máy.
- 2009 Các chuyên gia tại Thư viện Anh quốc thẩm định lại một tấm bản đồ sao Trung Hoa cổ đại. Họ nhận thấy nó có niên đại khoảng năm 646 – 684, khiến nó là bản đồ sao cổ nhất được biết.
- 2010 Một nhà nghiên cứu lịch sử khoa học người Anh đã bẻ khóa một “đoạn mã” thuộc những hình ảnh toán học trong những tác phẩm cổ của Plato, cho thấy Plato tin rằng các nguyên lý toán học, chứ không phải thần thánh, là cái điều khiển vũ trụ. Có lẽ Plato đã che đậy niềm tin của ông để tránh sự trừng phạt của những nhà lãnh đạo tôn giáo.

THUẬT NGỮ

chữ số: kí hiệu dùng để biểu diễn một con số.

cơ số 10: hệ đếm trong đó giá trị vị trí tăng theo lũy thừa của 10.

đại số: ngành toán học xử lí các đại lượng biểu diễn bằng kí hiệu.

định lí: một phát biểu toán học đã được chứng minh hoặc sắp được chứng minh.

góc vuông: góc có số đo bằng 90 độ.

hệ đếm giá trị-vị trí: một hệ thống số trong đó các chữ số nhận những giá trị khác nhau tùy thuộc vào vị trí của chúng.

hình học: ngành toán học xử lí những số đo, tính chất, và mối liên hệ của các điểm, đường thẳng, góc, mặt và khối.

kí hiệu khoa học: một hệ thống trong đó các chữ số được biểu diễn là một số nằm giữa 1 và 10 nhân với một lũy thừa của 10. Thí dụ số 29300 được viết là $2,93 \times 10^4$.

lượng giác: nghiên cứu tính chất của các tam giác.

năm âm lịch: khoảng thời gian dựa trên pha của Mặt trăng, dài tổng cộng 354 ngày. Năm âm lịch được chia thành 12 tháng, mỗi tháng có 29 hoặc 30 ngày.

năm mặt trời: thời gian để Trái đất quay tròn một vòng xung quanh Mặt trời: 365 ngày, 5 giờ, 48 phút, 46 giây.

pi: tỉ số của chu vi của một đường tròn và đường kính của nó; được các nhà toán học xác định bằng $22/7$, hay xấp xỉ 3,1416.

số nguyên tố: một số chỉ chia hết cho 1 và chính nó.

tiên đề: một phát biểu được chấp nhận là đúng đóng vai trò cơ sở cho những lập luận hay định lí khác.

toán học: ngành khoa học của những con số.

trắc địa: sử dụng toán học để đo kích cỡ và độ cao của những cánh đồng, núi non, thung lũng và những địa hình khác.

Tài liệu tham khảo

Asimov, Isaac. *Thiên văn học thời cổ đại*. Milwaukee: Gareth Stevens. Xuất bản 2006.

Hightower, Paul. *Cha đẻ của Hình học: Euclid và thế giới 3D của ông*. Berkeley Heights, NJ: Enslow Publishers, 2010.

McCallum, Ann. *Cuộc sống bí ẩn của Toán học: Khám phá Những con số như thế nào (và tại sao)*. Nashville: Williamson Books, 2005.

Bộ sách thế kỉ hai mươi. Minneapolis: 2001- 2004.

Website tham khảo

Calendars through the Ages

<http://www.webexhibits.org/calendars/index.html>

Science Kids at Home

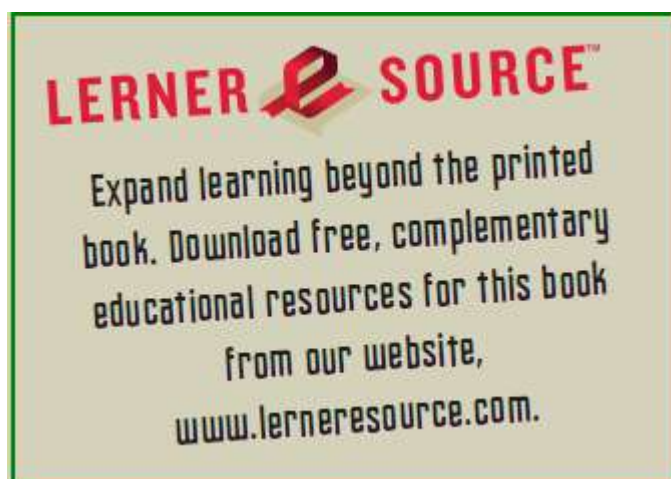
http://www.sciencekidsathome.com/science_experiments/sundial-1.html

Secrets of Lost Empires

<http://www.pbs.org/wgbh/nova/lostempires/>

Science Channel

<http://science.discovery.com/>





Công nghệ tính toán thời cổ đại

Michael Woods & Mary B. Woods

Trần Nghiêm dịch

Phát hành tại <http://thuvienvatly.com>

tháng 7/2011